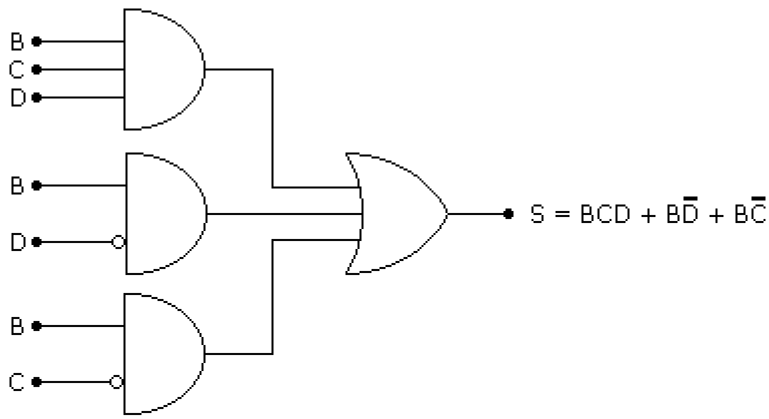
ÁLGEBRA DE BOOLE
Exercícios resolvidos

Exercícios resolvidos:

1. Simplificar o circuito abaixo:



A expressão booleana do circuito é: $BCD + B\overline{D} + B\overline{C} = S$

Colocando B em evidência:

$$B(CD + \overline{D} + \overline{C})$$

Aplicando De Morgan em $\overline{D} + \overline{C}$:

$$B(CD + \overline{CD})$$

Pelo postulado:

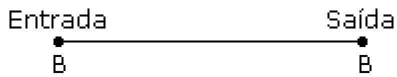
$CD + \overline{CD} = 1$, logo: B.1 = B

Portanto:

$$BCD + B\overline{D} + B\overline{C} = B$$

Conclui-se que o resultado dessa expressão é idêntico ao valor assumido pela variável B.

Podemos, portanto substituir todo o circuito por apenas um fio, conforme indica a figura abaixo:



2. Simplificar a expressão booleana abaixo:

$$\{[\overline{A\,(B + C)}]\;.\;D\}\;.\;\overline{A + B} = S$$

Aplicando De Morgan – I

$$\{[\overline{A} + (\overline{B + C})]\;.\;D\}\;.\;\overline{A + B}$$

Aplicando De Morgan – II

$$\{[\overline{A} + \overline{B}\;.\;\overline{C}]\;.\;D\}\;.\;\overline{A}\;.\;\overline{B}$$

Multiplicando:

$$[\overline{A}D + \overline{B}\,\overline{C}D]\;.\;\overline{A}\,\overline{B}$$

Multiplicando:

$$\overline{A}\,\overline{A}\,\overline{B}D + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{B}\,\overline{C}D \implies \text{Temos:}\left[\begin{array}{l}\overline{A}\,\overline{A} = \overline{A}\\ \overline{B}\,\overline{B} = \overline{B}\end{array}\right.$$

Temos então:

$$\overline{A}\,\overline{B}D + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D = \overline{A}\,\overline{B}(D + \overline{C}D)$$

Colocando D em evidência:

$$\overline{A}\,\overline{B}\;[D(1 + \overline{C})] = \overline{A}\,\overline{B}D$$

pois $1 + C = 1$

logo, $D\;.\;1 = D$

RESPOSTA:

$$\{[\overline{A\,(B + C)}]\;.\;D\}\;.\;\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}D$$

3. Simplificar a expressão booleana abaixo:

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D = S$$

Colocando $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ em evidência:

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\;(\overline{D} + D) + \overline{A}B\overline{C}D$$

$$\text{onde:}\left[\begin{array}{l}(\overline{D} + D) = 1\\ \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D = \overline{A}B\overline{C}D\end{array}\right.$$

Assim:

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}D = S$$

Colocando $\overline{A}\,\overline{C}$ em evidência:

$$\overline{A}\,\overline{C}\,(\overline{B} + BD)$$

Aplicando De Morgan em $(\overline{B} + BD)$

$$\overline{\overline{\overline{B}}\;.\;\overline{BD}} = \overline{B\;.\;\overline{B} + \overline{D}} = \overline{\overline{B}B + B\overline{D}}$$

$$\text{onde } \overline{B}B = 0$$

Teremos então: $\overline{B\overline{D}} = \overline{B} + D$ (após aplicar De Morgan)

Daí:

$$\overline{A}\,\overline{C}\,(\overline{B} + D) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{C}D = S$$

RESPOSTA:

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{C}D$$

4. Simplificar a expressão booleana abaixo:

$$(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})\;.\;(A + B + \overline{C}) = S$$

Multiplicando os dois termos:

$$\overline{A}A + \overline{A}B + \overline{A}\,\overline{C} + \overline{B}A + \overline{B}B + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{C}A + \overline{C}B + \overline{C}\,\overline{C}$$

$$\begin{matrix}\text{pelos postulados da} \\ \text{álgebra de Boole}\end{matrix}\;\left[\begin{array}{l}\overline{A}\;.\;A = 0 \\ \overline{B}\;.\;B = 0 \\ \overline{C}\;.\;\overline{C} = \overline{C}\end{array}\right.$$

Teremos então:

$$\overline{A}B + \overline{A}\,\overline{C} + \overline{B}A + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{C}A + \overline{C}B + \overline{C}$$

Colocando-se $\overline{C}$ em evidência:

$$\overline{A}B + \overline{B}A + \overline{C}\,(\overline{A} + \overline{B} + A + B + 1)$$

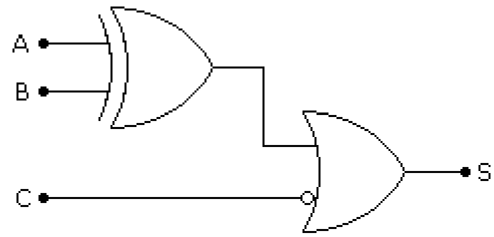
Teremos então:

$$\overline{A}B + \overline{B}A + \overline{C}$$

A expressão $\overline{A}B + \overline{B}A = \overline{A}B + A\overline{B}$ representa uma porta “ou exclusivo” e desta forma a expressão deve ser assim escrita:

$$A \oplus B + \overline{C}$$

Então, o circuito correspondente a simplificação proposta deverá ser desenhado conforme figura abaixo:



EXERCÍCIO PROPOSTO:

1. Simplificar a expressão booleana abaixo.
2. Desenhar o circuito antes e depois da simplificação.
3. Simular no EWB e apresentar conclusões, através da comprovação nas tabelas da verdade.

$$[\overline{(A + B) \,.\, C}] + [\overline{D(C+B)}] = S$$