

# RESISTORES NÃO LINEARES

## NTC - PTC - VDR

Os resistores não lineares são dispositivos especiais, cuja resistência varia de forma não linear. Estaremos abordando nesta apostila, os seguintes agentes que provocam a variação da resistência:

1. Térmico
2. Tensão

Os principais tipos são: TERMISTORES e VARISTORES.

### TERMISTORES: NTC e PTC

#### NTC (Negative Temperature Coefficient)

São resistores não lineares cuja resistência varia sob a ação da temperatura. Em outras palavras, são semicondutores que conduzem melhor a corrente elétrica no estado quente do que no frio.

Assim, a resistência elétrica de tais materiais se reduz com a elevação da temperatura, possuindo portanto, um *coeficiente de temperatura negativo*.

Em média, o coeficiente de temperatura, cuja notação é  $\alpha_{25^\circ}$  é igual a:  $-0,05 \frac{\Omega}{\Omega \text{ grau}}$  isto é, perante uma elevação de temperatura de 1 grau, o valor da resistência do material se reduz em 5%. O valor de  $\alpha$  variando acentuadamente com a temperatura faz com que o seu valor possa ser considerado constante apenas para pequenas variações de temperatura.

**Matérias-primas e formas construtivas:** Os resistores NTC são fabricados a partir de óxidos semicondutores, predominantemente, com uma mistura de óxido metálico, como por exemplo:  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  com  $\text{Zn}_2\text{TiO}_4$  ou  $\text{CoO}$  com  $\text{Li}_2\text{O}$  (óxido de ferro com óxido de titânio e zinco ou óxido de cobalto com óxido de lítio respectivamente).

Após o processo de mistura, ocorre a prensagem em forma de discos ou esferas (cilíndricos) e sintetizados<sup>1</sup> em seguida.

ÓXIDO DE FERRO + ÓXIDO DE TITÂNIO → TIPO N

*Nestas condições, um excesso de temperatura liberta elétrons, tendo como resultado um excesso de condutividade com o aumento da temperatura.*

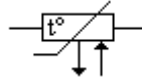
ÓXIDO DE COBALTO + ÓXIDO DE LÍTIO → TIPO P

*Nestas condições, ocorre a condução através de lacunas, tendo como resultado uma corrente iônica com o aumento da temperatura.*

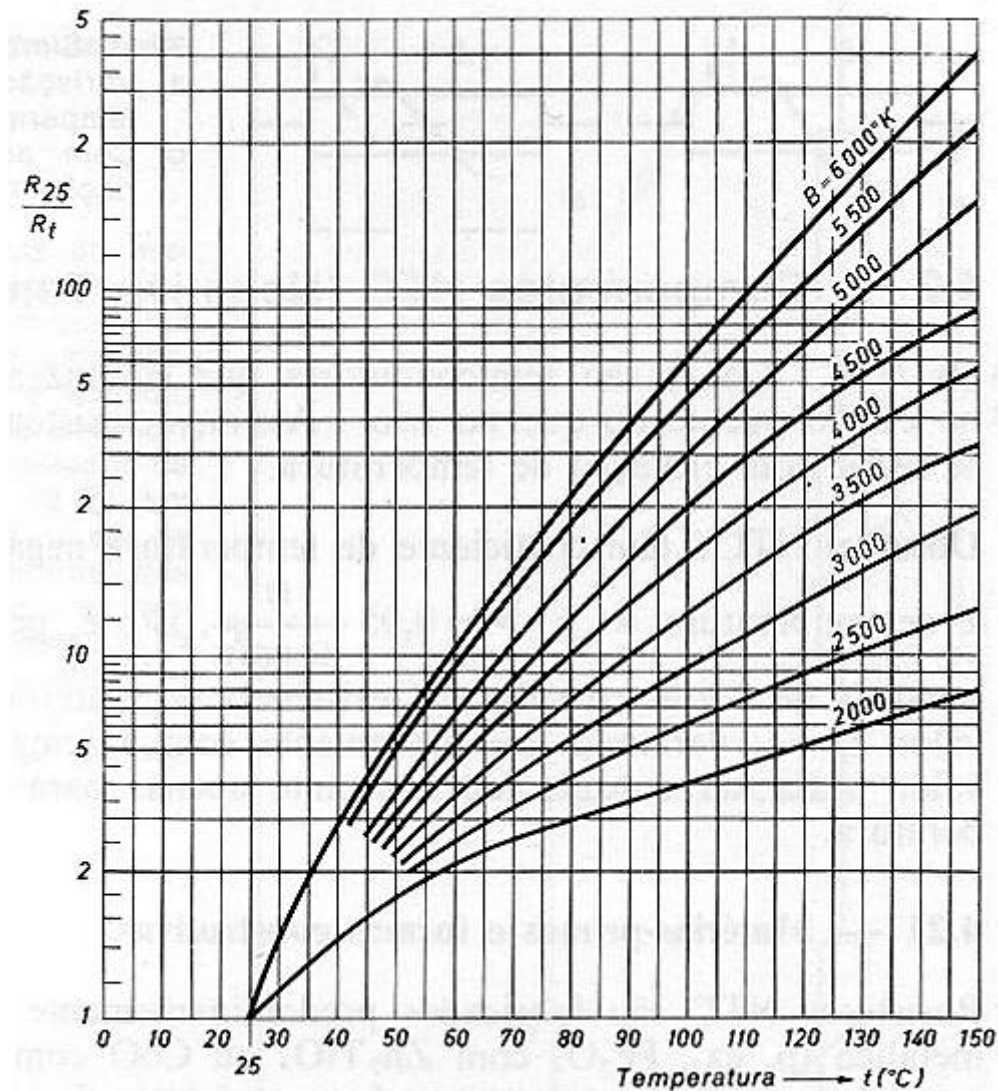
Os formatos mais comuns, como o cilíndrico são obtidos por processo de extrusão<sup>2</sup> enquanto que os formatos em disco são obtidos através de prensa hidráulica.

<sup>1</sup> Processo em que duas ou mais partículas sólidas se aglutinam pelo efeito do aquecimento a uma temperatura inferior à de fusão, mas suficientemente alta para possibilitar a difusão dos átomos das duas redes cristalinas.

A figura abaixo representa graficamente um resistor NTC (símbolo mais comum).



O gráfico abaixo representa a variação da resistência do NTC em função da temperatura, onde se observa claramente sua não linearidade.



$R_{25}/R_t$  representa a resistência do NTC à temperatura ambiente de 25°C.

EQUAÇÃO DE UM NTC:

$$R = A \cdot e^{B/T} \quad (\text{eq.1})$$

R = resistência em ohms

$e$  = número de Euler (2,718)

B = constante do material no NTC em  $^{\circ}\text{K}^3$

T = temperatura do NTC em  $^{\circ}\text{K}$

A = constante a uma dada temperatura

<sup>2</sup> Passagem forçada de um metal ou de um plástico através dum orifício, visando a conseguir uma forma alongada ou filamentososa.

<sup>3</sup> [Do antr. Kelvin, de William Thomson, lorde Kelvin, físico inglês (1824-1907).]  
Intervalo unitário de temperatura na escala absoluta de temperatura [símb.: K].

### Características de um NTC comercial (dados do fabricante)

Tipo	Resistência $R_{25^\circ}$	Carga máxima $P_{25^\circ}$	Resistência R a 25°C	Corrente I a 25°C	Constante de regulação B ( $\pm 5\%$ )
E201 ZZ18	1.000 $\Omega$	0,6W	20 $\Omega$	0,28A	5.000°K

Como a constante de regulação B sofre influência da temperatura, é possível determinar a resistência do NTC, baseando-se nos dados do fabricante. Para tanto, é necessário conhecer a resistência a 25°C,  $R_{25^\circ}$  e o valor da constante de regulação. Vejamos um exemplo:

→ Qual é a resistência do NTC E201 ZZ18 a 100°C?

*Solução:*

Através da tabela do fabricante, obtemos os dados:

$$R_{25^\circ} = 1.000\Omega$$

$$B = 5.000^\circ\text{K}$$

$$\text{Resistência R a } 25^\circ\text{C} = 20\Omega$$

Para uma temperatura de 100°C e  $B = 5000^\circ\text{K}$ , teremos:

$$R_t = R_{25^\circ} / 20 = 1.000\Omega / 20 = 50\Omega$$

A resistência de um NTC para uma dada temperatura, pode também ser calculada com a ajuda das curvas (página 2).

Tomemos como exemplo um NTC cuja resistência  $R_{25^\circ}$  é igual a 800 $\Omega$  e que o fator de regulagem B seja igual a 3.500°K. Qual será sua resistência a 120°C?

*Solução:*

1) Utilize o gráfico da página 2.

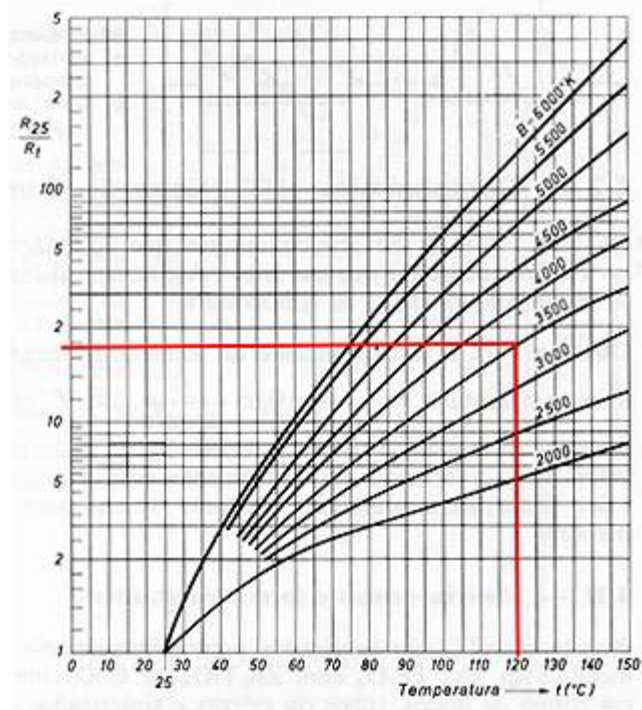
2) A partir do eixo “x” em 120°C trace uma linha vertical até encontrar a curva correspondente a 3.500°K.

3) Na interseção entre a linha vertical traçada e a curva correspondente a  $B = 3.500^\circ\text{K}$ , trace uma linha horizontal à esquerda até encontrar o eixo “y”.

4) O encontro da linha recentemente traçada com o eixo “y” dará o valor de R a 25°C, equivalente a aproximadamente 17,8.

$$R_t = R_{25^\circ} / 17,8 \rightarrow \text{portanto, } R_t = 800 / 17,8 = 44,9\Omega$$

A figura abaixo mostra o procedimento para se determinar o valor de  $R_{25^\circ} / R_t$ , ou seja, o valor de R a 25°C.



### Cálculo dos valores de A e B:

Os valores de A e B podem ser levantados experimentalmente medindo-se o valor da resistência R do NTC em 2 valores diferentes de temperatura:

Da equação do NTC tiramos:

$$R_1 = A \cdot e^{B/T_1} \quad (\text{eq.2})$$

$$R_2 = A \cdot e^{B/T_2} \quad (\text{eq.3})$$

Dividindo-se 2 por 3, temos:

$$R_1 / R_2 = e^{B(1/T_1 - 1/T_2)} \quad \rightarrow \quad \log \frac{R_1}{R_2} = B \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \log e$$

$$\text{onde: } B = \left( \frac{1}{\log e} \right) \cdot \left( \frac{\log R_1 - \log R_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} \right)$$

O valor de B poderá então ser calculado pela fórmula:

$$B = \frac{\log R_1 - \log R_2}{\log e \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

A resistência R de um NTC pode ser calculada para temperaturas acima e abaixo de 25°C, valendo-se da equação básica, já deduzida anteriormente:

$$\log \frac{R_1}{R_2} = B \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \log e$$

Desta forma, para temperaturas acima de 25°C, teremos:

$$\log \frac{R_{25}}{R_t} = B \left( \frac{1}{273 + 25} - \frac{1}{273 + T} \right) \log e$$

Para temperaturas abaixo de 25°C, teremos:

$$\log \frac{R_T}{R_{25}} = B \left( \frac{1}{273 + T} - \frac{1}{273 + 25} \right) \log e$$

**Observações:** B representa a temperatura na qual a resistência do NTC vale 2,718A.

Supondo  $T \rightarrow \infty$ , teremos:

$$e^{B/T} \rightarrow 1$$

Daí:  $R=A$ , onde podemos afirmar que A é a resistência do NTC quando  $T \rightarrow \infty$

EXEMPLO 1: Calcule os valores de A e B de um NTC, a partir das seguintes medidas:

$$\begin{aligned} t_1 &= 20^\circ\text{C} & R_1 &= 6\Omega \\ t_2 &= 40^\circ\text{C} & R_2 &= 2,2\Omega \end{aligned}$$

*Solução:*

$$t_1 = T + t_1 = 273 + 20 = 293^\circ\text{K}$$

$$t_2 = T + t_2 = 273 + 40 = 313^\circ\text{K}$$

Aplicando a fórmula:  $B = \frac{\log R_1 - \log R_2}{\log e \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$ , teremos:  $\frac{0,78 - 0,34}{0,434 \left( \frac{1}{293} - \frac{1}{313} \right)}$

$$B = \frac{0,44}{0,434 \left( \frac{313 - 293}{91.709} \right)} = \frac{0,44}{0,434 \cdot 0,0002181} = 0,44 / 0,0000947 = 4.646,25^\circ\text{K}$$

Para calcular A, partimos da equação 1  $\rightarrow R = A \cdot e^{B/T}$  fazendo:

$$\log A = \log R_1 - \frac{B}{T_1} \log e$$

$$\log A = 0,78 - \frac{4.646,25}{293} \cdot 0,434 = 0,78 - 6,882$$

portanto:  $\log A = -6,102$  portanto:  $A = 0,791 \cdot 10^{-6} \Omega$

Resultado:  $B = 4.646,25^\circ\text{K}$       $A = 0,791 \cdot 10^{-6} \Omega$

EXEMPLO 2: Calcule os valores de A e B de um NTC a partir das seguintes medidas:

$R_1 = 6\Omega$  para uma temperatura  $t_1$  de  $20^\circ\text{C}$

$R_2 = 1\Omega$  para uma temperatura  $t_2$  de  $60^\circ\text{C}$

Solução:

$$t_1 = T + t_1 = 273 + 20 = 293^\circ\text{K}$$

$$t_2 = T + t_2 = 273 + 60 = 333^\circ\text{K}$$

$$B = \frac{\log R_1 - \log R_2}{\log e \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} = \frac{0,78 - 0}{0,434 \left( \frac{1}{293} - \frac{1}{333} \right)} \rightarrow B = \frac{0,78}{0,434 \left( \frac{333 - 293}{97.569} \right)}$$

$$B = \frac{0,78}{0,434 \cdot 0,00041} = 0,78 / 0,0001779 = 4.384,49^\circ\text{K}$$

$$\log A = \log R_1 - \frac{B}{T_1} \log e = 0,78 - \frac{4.384,49}{293} \cdot 0,434 = 0,78 - (14,964 \cdot 0,434)$$

$$\log A = 0,78 - 6,494 = -5,714 \rightarrow \log A = -5,714 = 1,932 \cdot 10^{-6} \Omega$$

$$\text{Resultado: } B = 4.384,49^\circ\text{K} \quad A = 1,932 \cdot 10^{-6} \Omega$$

### Cálculo do coeficiente de temperatura da resistência ( $\alpha_T$ )

O coeficiente de temperatura  $\alpha_T$  é considerado em função da temperatura absoluta T e da constante de regulação B, sendo dado pela fórmula:

$$\alpha_T = - \frac{B}{T^2}$$

EXEMPLO: Calcular o coeficiente de temperatura do NTC E201 ZZ18 (dados na página 3 desta apostila) para as seguintes condições:

a)  $25^\circ\text{C}$

b)  $100^\circ\text{C}$

Solução:

$$T_1 = 273 + 25 = 298^\circ\text{K}$$

$$T_2 = 273 + 100 = 373^\circ\text{K}$$

De acordo com os dados do fabricante,  $B = 5.000^\circ\text{K}$

$$\alpha_{T_1} = - \frac{5000^\circ\text{K}}{298^2} \cdot \frac{1}{^\circ\text{K}} = - 0,0563 \cdot \frac{1}{\text{grau}} = 5,63\% / \text{grau (neste caso, com a elevação da}$$

temperatura em 1 grau, a resistência se reduz em 5,63%)

$$\alpha_{T_2} = - \frac{5000^\circ\text{K}}{373^2} \cdot \frac{1}{^\circ\text{K}} = - 0,0359 \cdot \frac{1}{\text{grau}} = 3,59\% / \text{grau (neste caso, com a elevação da}$$

temperatura em 1 grau, a resistência se reduz em 3,59%)

## Cálculo da resistência R de um NTC para temperaturas acima e abaixo de 25°C

### 1) TEMPERATURAS ACIMA DE 25°C

Considerando uma temperatura de 100°C e  $B = 4.000^\circ\text{K}$ , podemos calcular a resistência R do NTC, usando a fórmula:

$$\log \frac{R_{25}}{R_t} = B \left( \frac{1}{273 + 25} - \frac{1}{273 + T} \right) \log e$$

$$\log \frac{R_{25}}{R_t} = B \left( \frac{1}{273 + 25} - \frac{1}{273 + 100} \right) \log e \rightarrow \log x = 4.000 \left( \frac{1}{298} - \frac{1}{373} \right) \cdot 0,434$$

$$\log x = 4.000 \left( \frac{75}{111.154} \right) \cdot 0,434 \rightarrow \log x = 4.000 \cdot 0,0006747 \cdot 0,434 = 1,171$$

$$\log x = 1,171 \rightarrow x = 10^{1,171} \rightarrow x = 14,825 \rightarrow \text{portanto, } R_{25} / R_t = 14,825$$

### 2) TEMPERATURAS ABAIXO DE 25°C

Considerando uma temperatura de 10°C e  $B = 4.000^\circ\text{K}$ , podemos calcular a resistência R do NTC, usando a fórmula:

$$\log \frac{R_t}{R_{25}} = B \left( \frac{1}{273 + 10} - \frac{1}{273 + 25} \right) \log e$$

$$\log \frac{R_t}{R_{25}} = B \left( \frac{1}{273 + 10} - \frac{1}{273 + 25} \right) \log e \rightarrow \log x = 4.000 \left( \frac{1}{283} - \frac{1}{298} \right) \cdot 0,434$$

$$\log x = 4.000 \left( \frac{15}{84.334} \right) \cdot 0,434 \rightarrow \log x = 4.000 \cdot 0,0001779 \cdot 0,434 = 0,309$$

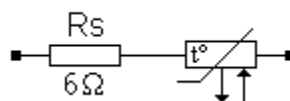
$$\log x = 0,309 \rightarrow x = 10^{0,309} \rightarrow x = 2,037 \rightarrow \text{portanto, } R_t / R_{25} = 2,037$$

## Obtenção de características especiais

Um resistor NTC pode ser associado a resistores comuns (lineares) em série ou paralelo, permitindo assim modificar as características da associação devido a ação da temperatura.

NTC com resistor em série:

EXEMPLO: Dado um NTC com resistência de  $100\Omega$  a  $30^\circ\text{C}$ ;  $5\Omega$  a  $100^\circ\text{C}$  e um resistor série ( $R_s$ ) de  $6\Omega$ , calcule o valor da associação para as duas temperaturas e apresente conclusões.



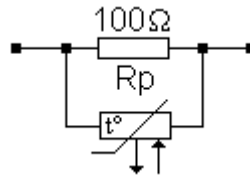
Solução:

Req a  $30^\circ\text{C} = 106\Omega$

Req a  $100^\circ\text{C} = 11\Omega$

Conclusão: Muda a característica do NTC em altas temperaturas.

EXEMPLO: Utilize os mesmos dados do exemplo anterior, com um resistor paralelo ( $R_p$ ) de  $100\Omega$ .



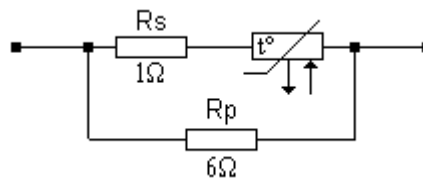
Solução:

$$R_{eq} \text{ a } 30^\circ\text{C} = \frac{100 \cdot 100}{200} = 50\Omega$$

$$R_{eq} \text{ a } 100^\circ\text{C} = \frac{5 \cdot 100}{105} = 4,762\Omega$$

Conclusão: Na associação em paralelo, consegue-se grande variação da característica do NTC em baixas temperaturas.

EXERCÍCIO: Levantar a curva do circuito abaixo:



Dados:

$t^\circ\text{C}$	$R_{NTC} (\Omega)$
20	6
40	2,2
60	1

Solução:

Calculando a resistência equivalente da associação:  $\frac{(R_s + R_{NTC}) \cdot R_p}{(R_s + R_{NTC}) + R_p}$

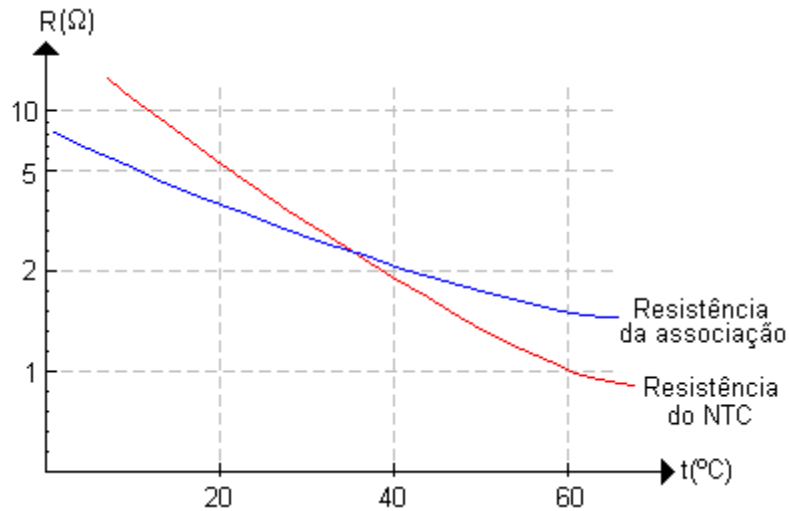
$$\text{Em } 20^\circ\text{C} \rightarrow \frac{(1+6) \cdot 6}{(1+6) + 6} = 3,23\Omega$$

$$\text{Em } 40^\circ\text{C} \rightarrow \frac{(1+2,2) \cdot 6}{(1+2,2) + 6} = 2,09\Omega$$

$$\text{Em } 60^\circ\text{C} \rightarrow \frac{(1+1) \cdot 6}{(1+1) + 6} = 1,5\Omega$$

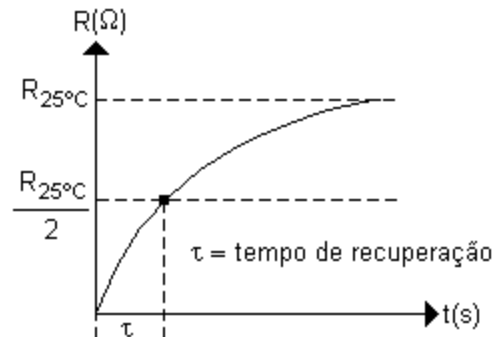


**Gráfico**

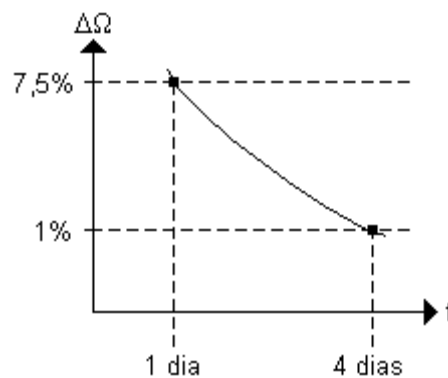


### Tempo de recuperação e estabilidade de um NTC

O tempo de recuperação é o tempo que um NTC leva para atingir a metade do valor de sua resistência a 25°C, depois de aquecido à sua dissipação máxima e colocado em ambiente de temperatura constante sem corrente de ar.



A estabilidade do NTC é a propriedade do mesmo atingir um valor constante de resistência depois de certo tempo de uso. Em outras palavras, após um certo tempo de uso, a tolerância do mesmo começa a diminuir, conforme ilustra o gráfico abaixo:

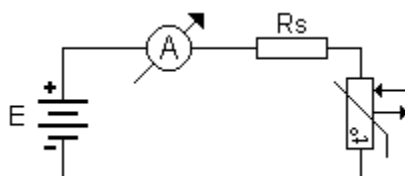


### Aplicações:

Alguns aspectos devem ser considerados na aplicação dos resistores NTC em circuitos comerciais:

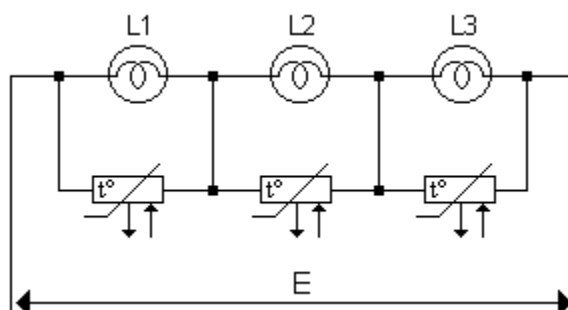
- 1) Variação da resistência do NTC com a temperatura;
  - a) a resistência do NTC é influenciada pela temperatura ambiente;
  - b) a resistência do NTC é influenciada pela dissipação do NTC.
- 2) Aproveitamento da inércia térmica do NTC;
- 3) Aproveitamento do coeficiente térmico negativo do NTC.

#### TERMÔMETRO ELETRÔNICO:



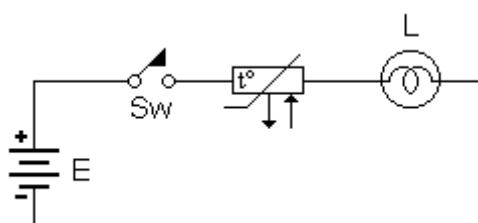
A alteração da temperatura ambiente provoca uma mudança da resistência do NTC e conseqüentemente da corrente que passa pelo amperímetro, o qual terá seu painel calibrado em graus ( $^{\circ}\text{C}$ ). Por exemplo, uma corrente pelo amperímetro de 1mA poderá equivaler a uma temperatura de  $30^{\circ}\text{C}$  e assim por diante.

#### PROTEÇÃO CONTRA FALHA DE CIRCUITO ELÉTRICO:



Se o filamento de uma das lâmpadas abrir, a corrente passará então pelo NTC que ao aquecer-se terá sua resistência alterada. Quando corretamente projetado, a resistência do NTC se igualará a do filamento da lâmpada em poucos segundos.

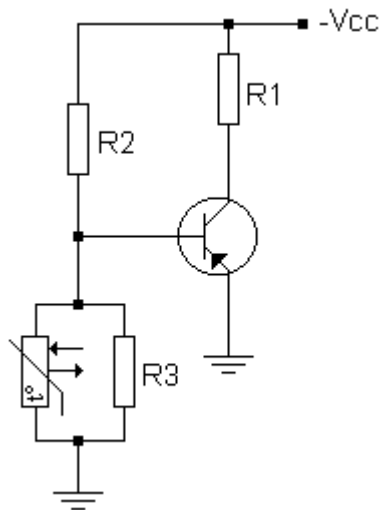
#### ILUMINAÇÃO GRADUAL:



Quando o interruptor Sw é acionado, devido a inércia térmica do NTC, a corrente inicial no circuito é baixa, e a lâmpada gradualmente irá adquirindo sua luminosidade devido ao aquecimento do NTC e a diminuição de sua resistência.

Como o filamento da lâmpada não é submetido a choque térmico, sua durabilidade aumentará.

## COMPENSAÇÃO DE POLARIZAÇÃO:

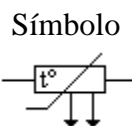


O NTC é usado para compensar as variações de temperatura em circuitos transistorizados. Como sabemos, a corrente de coletor ou do emissor se eleva com o aumento da temperatura do transistor, que pode ser ocasionada pela própria dissipação do transistor ou ainda, pela ação da temperatura ambiente.

Uma vez que as características do transistor são acentuadamente dependentes da temperatura, é necessário tomar providências para que com a elevação da temperatura, a tensão de polarização base-emissor seja automaticamente reduzida pelo NTC, mantendo assim, constante a corrente de coletor.

### **PTC (Positive Temperature Coefficient)**

O PTC é um resistor não linear que conduz corrente elétrica melhor no estado frio do que no estado quente, isto é, a condutibilidade se reduz com o aumento da temperatura. Portanto, o PTC possui um coeficiente  $\alpha$  de valor positivo.



Uma característica importante do PTC é que seu coeficiente térmico positivo manifesta-se dentro de um intervalo de temperaturas, sendo seu valor bastante superior ao do NTC. No PTC o coeficiente positivo manifesta-se apenas a partir de uma temperatura chave, denominado temperatura de Curie ( $T_C$ )<sup>4</sup>.

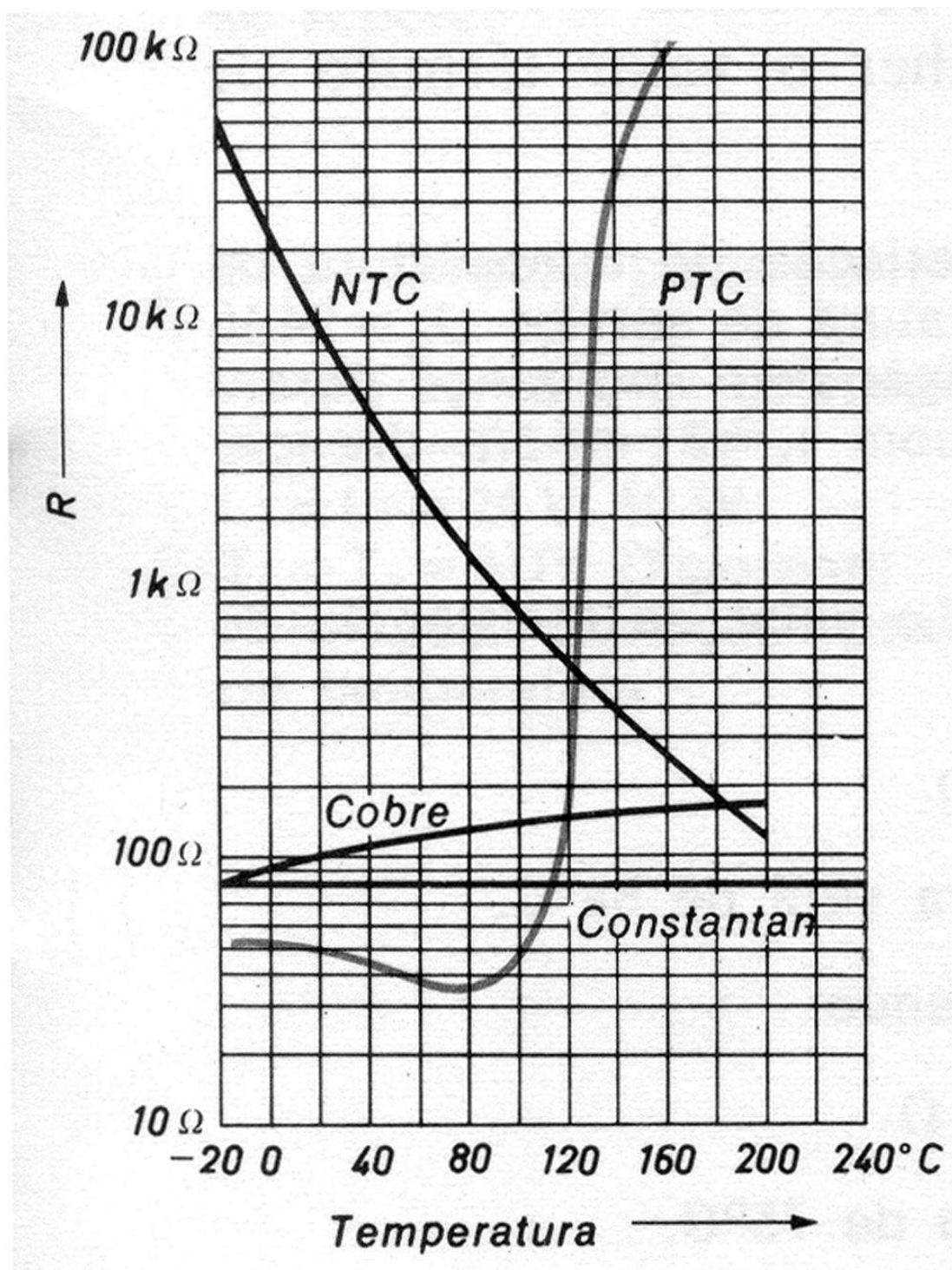
Os PTCs podem se dividir quanto a fabricação e utilização em:

- 1) PTCs metálicos (geralmente de fio)
- 2) PTCs de material cerâmico semiconductor

<sup>4</sup>  $T_C$  é a temperatura na qual a resistência do PTC é o dobro da resistência do PTC na temperatura ambiente (25°C).

A figura a seguir mostra as curvas características de alguns metais (cobre e constantan) em função da temperatura, comparando-as a um PTC.

Enquanto o *cobre* tem sua resistência aumentada com a temperatura, a resistência da liga *constantan* permanece constante dentro da mesma faixa de temperatura.



### PTCs metálicos

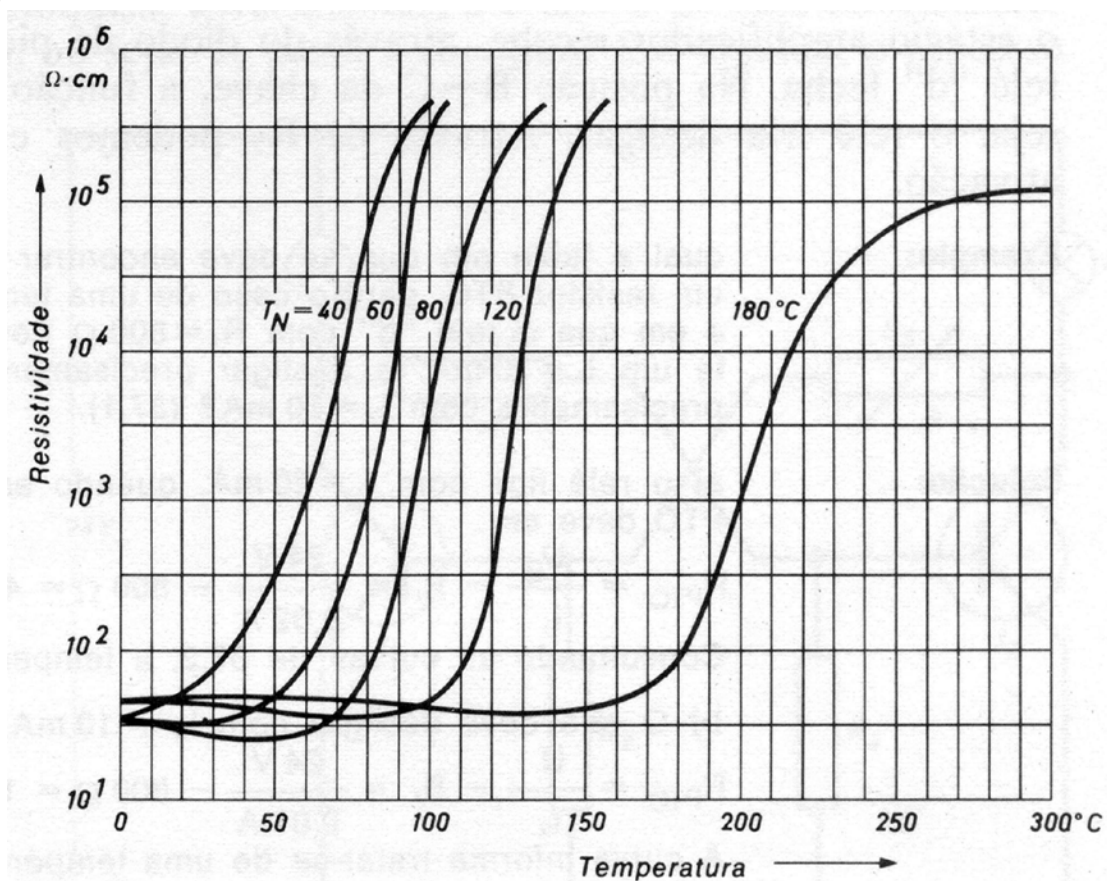
Baseiam seu funcionamento no princípio de condução de corrente nos metais, ou seja, quanto mais elevada for a temperatura (devido as perdas do efeito Joule), maior será o valor de sua resistência.

Podemos citar como exemplo o condutor de cobre cujo coeficiente de temperatura  $\alpha$  é  $+0,0039 \frac{\Omega}{\Omega \text{ grau}}$ , em outras palavras, para um aumento de 1 grau da temperatura, sua resistência eleva-se 0,39%, característica esta válida para praticamente todos os metais (com exceção da liga denominada constantan).

Ainda como exemplo podemos citar o aço, cuja variação da resistência é particularmente elevada no estado rubro-escuro, sendo que a temperatura em que esta situação se manifesta está ao redor de  $800^{\circ}\text{C}$ , é a chamada temperatura de Curie.

Nessa faixa o coeficiente de temperatura  $\alpha$  é de  $+0,018 \frac{\Omega}{\Omega \text{ grau}}$ , o que significa que perante o aumento da temperatura de 1 grau, sua resistência aumenta em 1,8%. Outros tipos de metais também são utilizados, como prata, alumínio e tungstênio. Estas características são muito empregadas na fabricação de resistores de óxido de ferro.

A figura abaixo mostra as curvas características dos PTCs com diversos valores de temperatura de Curie.



### PTCs de material cerâmico semiconductor

Possuem a propriedade de ter seu valor de resistência elevado rapidamente dentro de uma faixa de temperatura muito estreitas, resultando valores elevados de coeficiente de temperatura  $\alpha_T$ , da ordem de  $+0,6 \frac{\Omega}{\Omega \text{ grau}}$ , o que significa que para cada 1 grau de aumento da temperatura, a resistência aumenta em 60%.

São geralmente fabricados de materiais compostos de cerâmicas ferro-elétricas como o titanato de bário ( $\text{BaTiO}_3$ ).

Os materiais não condutores somente adquirem condutividade específica mediante um processo de dopagem, geralmente o antimônio<sup>5</sup>. Acima de temperatura de Curie ocorre uma rápida elevação da resistência, com redução da constante dielétrica.

Em resistores de óxido de ferro a temperatura de Curie tem um valor aproximado de 800°C, no entanto através de processos adequados de dopagem pode-se controlar e predeterminar uma temperatura de Curie e o grau de elevação da resistência do PTC.

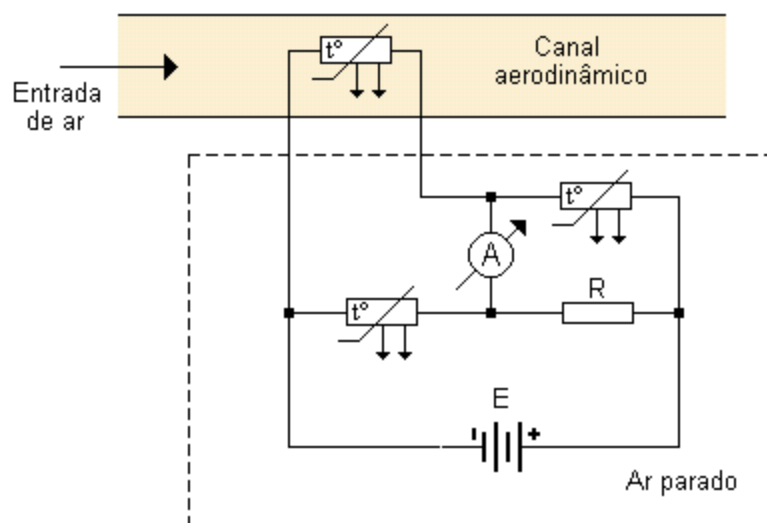
### Aplicações:

Basicamente tem as mesmas aplicações dos NTCs, quando se requer um coeficiente de variação positivo.

É muito empregado nos casos em que uma variação de resistência deva ser transformada em sinal elétrico.

### MEDIÇÃO DA VELOCIDADE DO AR:

A figura abaixo ilustra uma aplicação onde PTCs estão ligados em ponte de Wheatstone com um resistor, cuja finalidade é medir a velocidade do ar em um canal aerodinâmico.



*Funcionamento:* Dois PTCs permanecem onde o ar está parado e um outro é colocado dentro do canal aerodinâmico. Todos os PTCs são previamente aquecidos pela corrente que circula pela ponte.

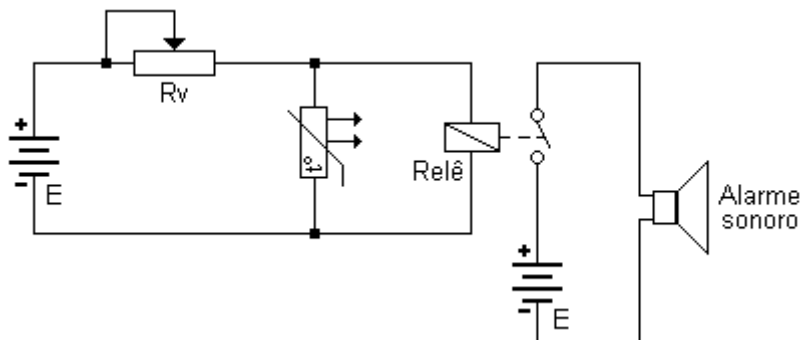
<sup>5</sup> Elemento de número atômico 51, com aspecto metálico, branco-azulado, utilizado em ligas e sob a forma de compostos [símb.: Sb] .



Se o ar tiver a mesma temperatura em ambas as condições, ou seja dentro e fora do canal aerodinâmico, a ponte estará em equilíbrio.

Uma passagem de ar pelo canal fará com que o referido PTC seja mais resfriado causando então uma mudança da resistência e o desequilíbrio da ponte, que será acusado pelo amperímetro. Uma prévia calibração da escala do amperímetro permitirá a medição da velocidade do ar no canal aerodinâmico.

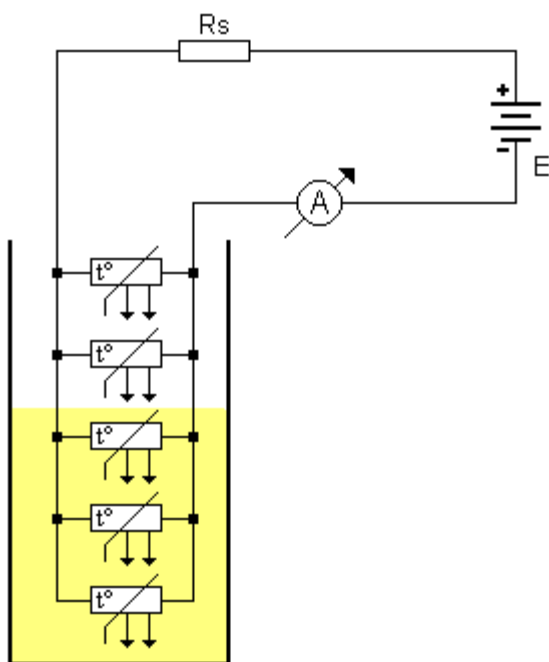
#### ALARME TÉRMICO:



1) Em condições normais circula uma corrente pelo PTC e pela bobina do relê, sendo esta insuficiente para o atracamento do relê.

2) Com o aumento da temperatura ambiente, aumenta a resistência do PTC aumentando a corrente no relê, provocando seu atracamento.

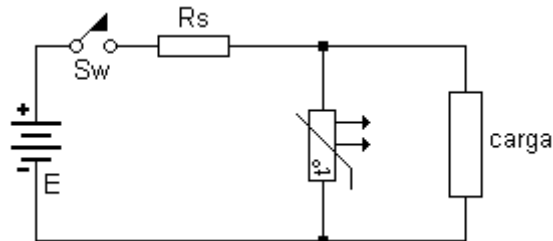
#### INDICADOR DE NÍVEL DE LÍQUIDOS:



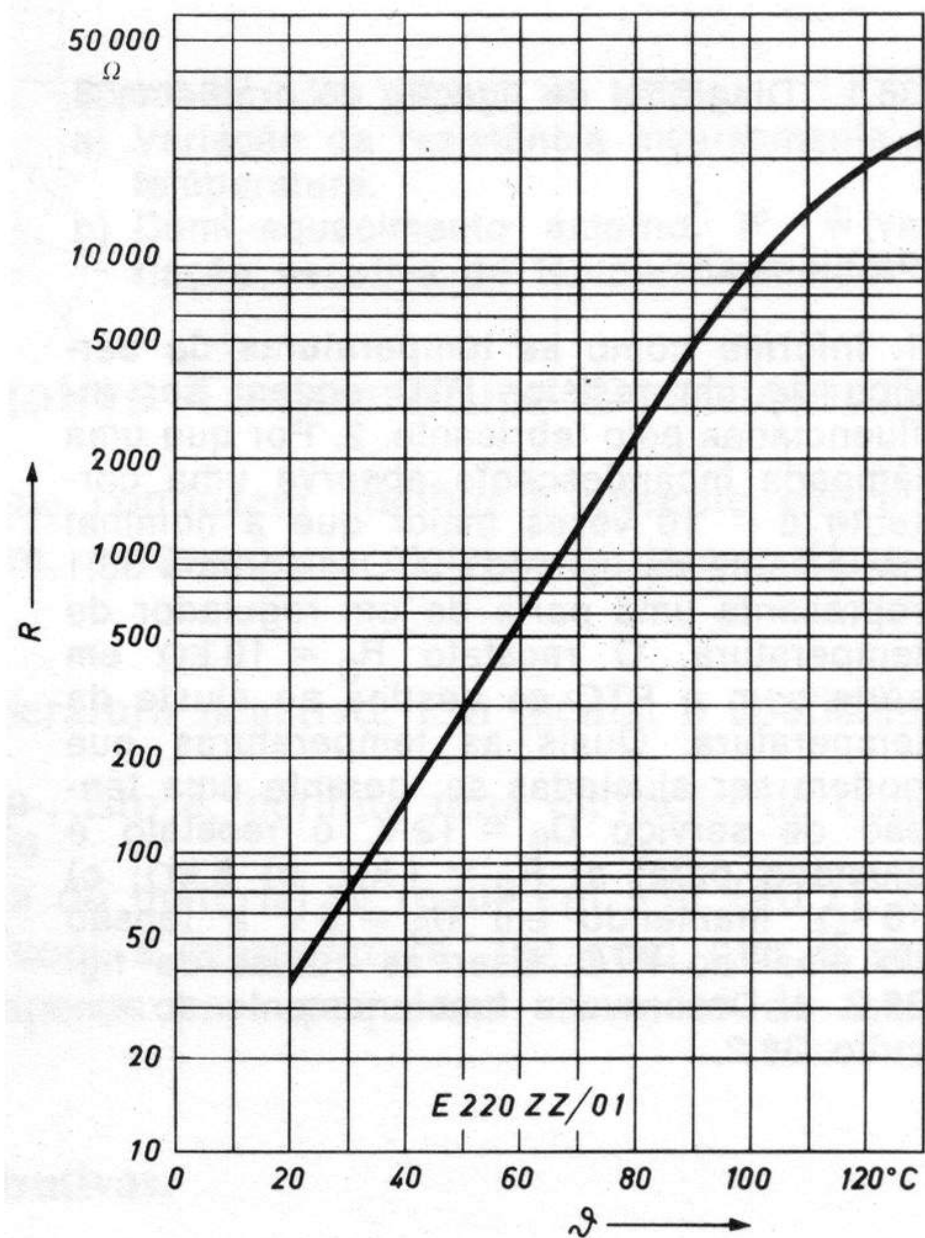
À medida que o nível do líquido sobe, a resistência dos PTCs vai se alterando, alterando a resistência total da associação. Isto provocará uma alteração da corrente que circula pelo amperímetro, que devidamente calibrado, permitirá determinar o nível do líquido.

## AÇÃO DE RETARDO:

A figura a seguir mostra o PTC atuando como retardo, para proteger a carga contra choque térmico. Inicialmente a resistência do PTC é baixa, drenando a maior parte da corrente. Quando a temperatura aumenta, pela dissipação do PTC, sua resistência aumenta e aí maior corrente circulará pela carga.



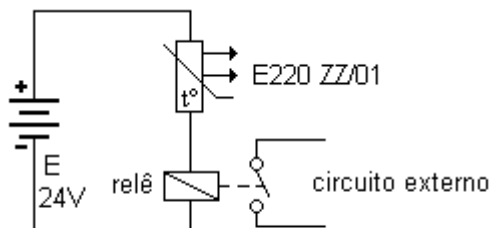
A figura abaixo mostra a curva de um PTC comercial E220 ZZ/01





A seguir, um exercício para aplicação da curva de um PTC (mostrada acima). Determine a faixa de temperatura do PTC E220 ZZ/01 para fazer com que o relê do circuito abaixo opere dentro das seguintes condições:

- a) atracamento com uma corrente de 20mA
- b) desatrancamento (desligamento) com uma corrente de 10mA



resistência da bobina = 800Ω

Solução:

Para que o relê ligue com uma corrente de 20mA, a resistência do PTC deve ser:

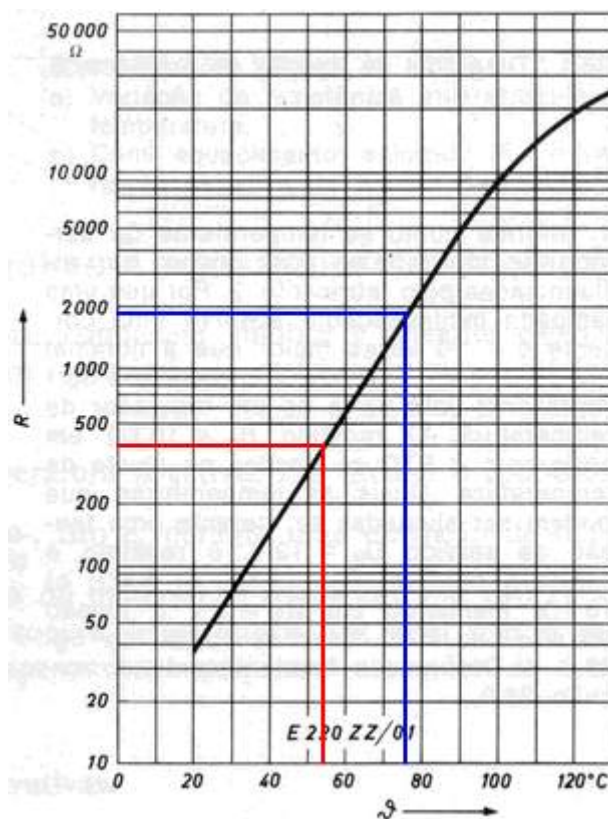
$$R_{PTC} = \frac{24V}{I_{(RELÊ)}} - R_{(RELÊ)} = 24V / 0,02A - 800\Omega = 400\Omega$$

Consultando a curva do PTC, a temperatura será de aproximadamente 48°C

Para que o relê desligue com uma corrente de 10mA, a resistência do PTC deve ser:

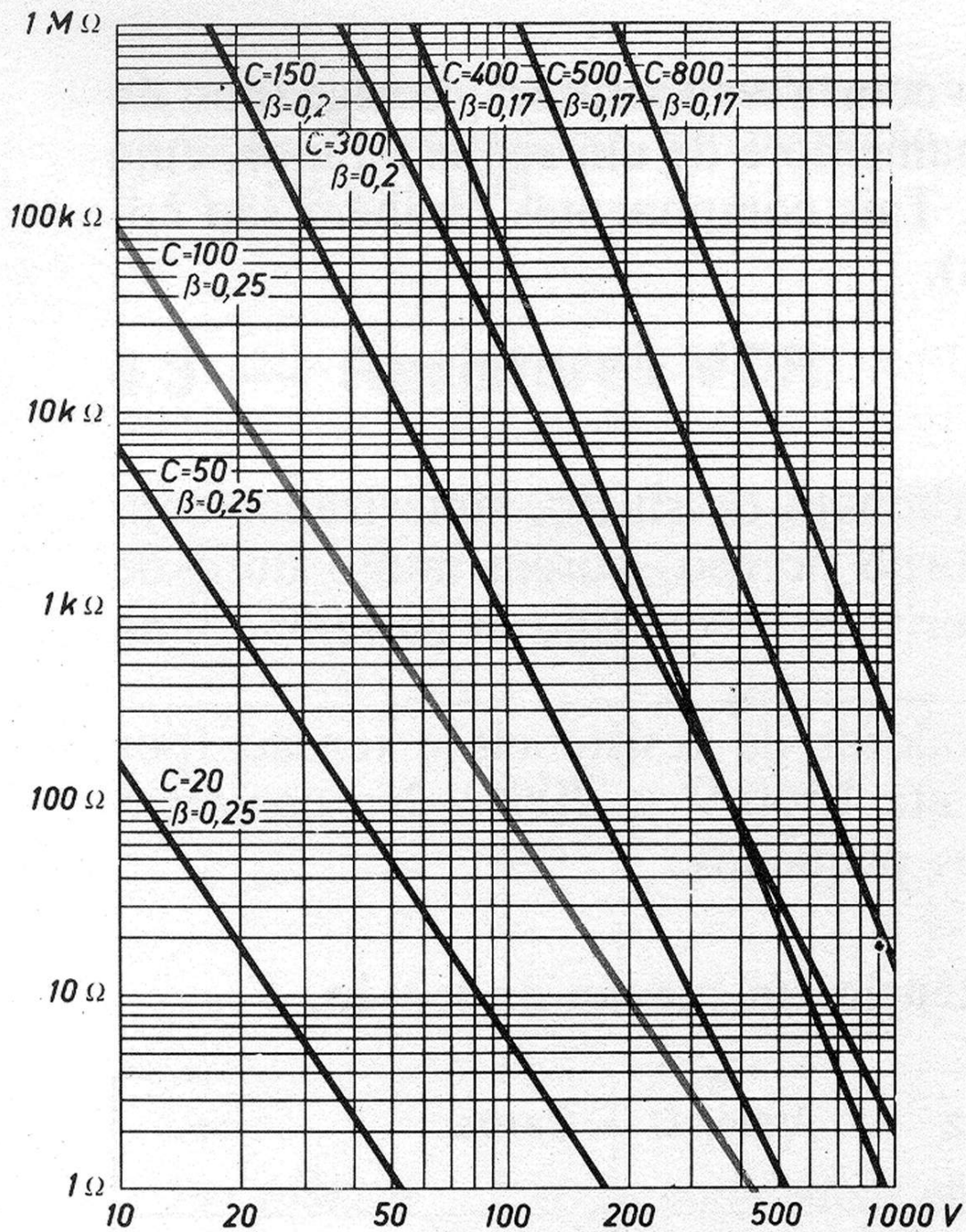
$$R_{PTC} = \frac{24V}{I_{(RELÊ)}} - R_{(RELÊ)} = 24V / 0,01A - 800\Omega = 1600\Omega$$

Consultando a curva do PTC, a temperatura será de aproximadamente 75°C.



## VARISTORES - (VDR - Voltage Dependent Resistor)

Os resistores VDR são dispositivos cuja resistência varia com a tensão. À medida que a tensão aumenta, sua resistência diminui. Em outras palavras, a resistência do VDR varia de forma inversamente proporcional a tensão. A figura abaixo mostra a curva de vários VDRs (tensão-resistência) para vários valores de  $C$  e  $\beta$ .



O funcionamento de um VDR é muito similar ao de um semicondutor, uma vez que sua resistência varia acentuadamente com a tensão

Os VDRs são conhecidos também como *Varistores* (variable resistors).

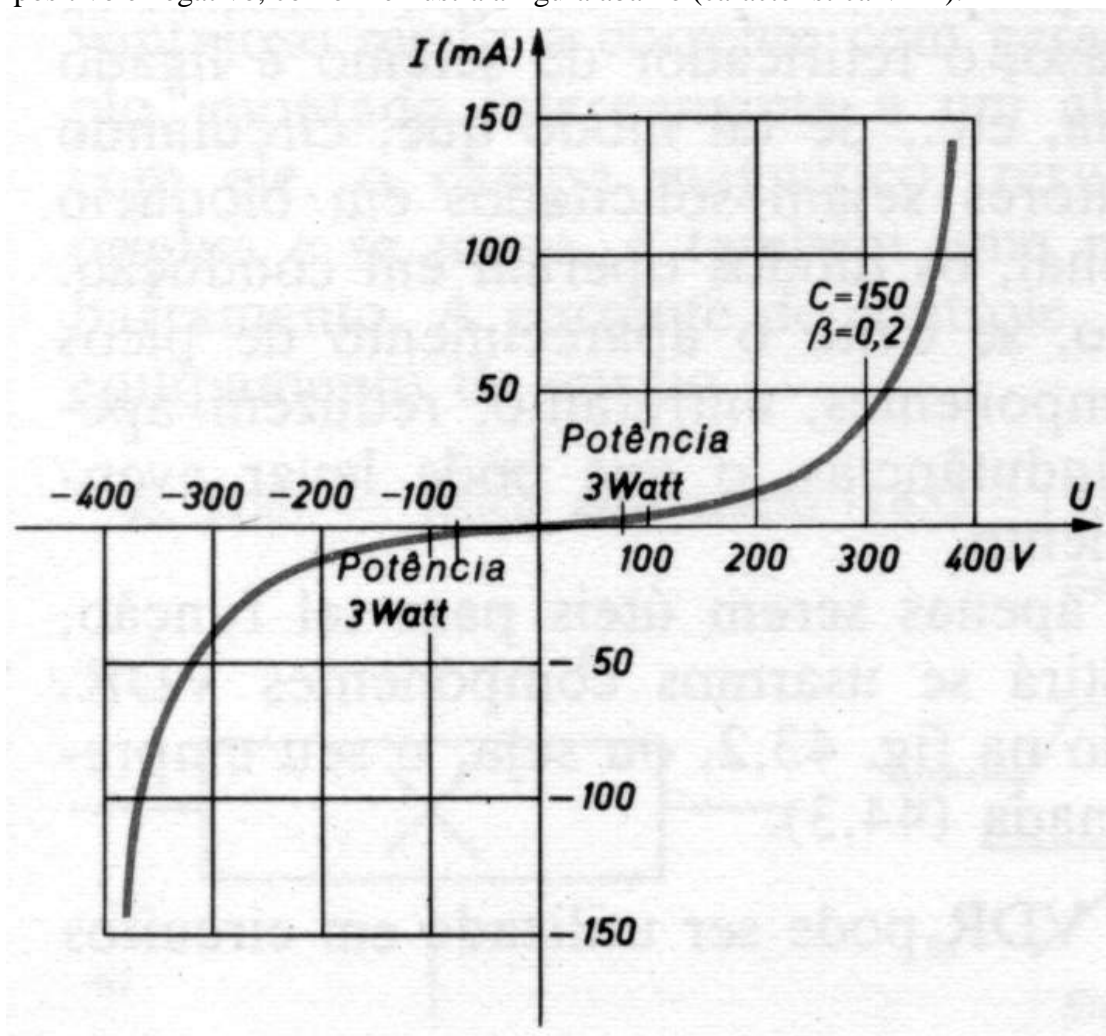
Procedendo a uma análise da curva apresentada, pode-se observar que a elevação da tensão provoca uma considerável queda do valor de resistência.

Tomemos como exemplo o VDR com  $C = 150$  e  $\beta = 0,2$ .

Para uma tensão de 40V sua resistência é de  $30k\Omega$ . Dobrando a tensão (80V), a resistência cai para aproximadamente  $2k\Omega$  (15 vezes). Aumentando essa tensão em 10 vezes (400V), a resistência cai para  $3\Omega$  (10.000 vezes)

**Fabricação:** Os resistores VDR são fabricados a partir de grãos de carbonato de silício sintetizados com um aglutinante de forma a apresentar um corpo cerâmico duro e poroso em forma de tubos ou discos. São fabricados para diversos valores de tensão (tipicamente de 8V a 400V) e em alguns casos para aplicações especiais essa tensão pode chegar a 1.200V.

Uma característica importante dos VDRs é sua simetria, isto é, sua curva é simétrica para valores de tensão positivo e negativo, conforme ilustra a figura abaixo (característica V x I).

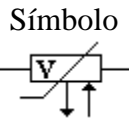


A curva acima é geralmente fornecida pelo fabricante, especificamente para um tipo de VDR.

Alguns parâmetros devem ser considerados:

C = constante de construção, que depende das dimensões do componente, cujos valores típicos variam de 15 a 1.000.

$\beta$  = constante do material, correlacionando a elevação da temperatura com o valor da corrente, cujos valores típicos variam de 0,14 a 0,4.



A equação do VDR é a seguinte:

$$V = C.I^\beta$$

V = tensão aplicada ao VDR

I = corrente resultante

C e  $\beta$  = constantes fornecidas pelo fabricante

Como resultado, temos para a corrente:

$$I = K.U^\alpha$$

I = corrente no VDR

U = tensão no VDR

K = constante que depende da geometria (formato físico)

$\alpha$  = expoente não linear  $\rightarrow \alpha = 1/\beta$

Desta forma:

$$\log V = \log C + \beta \log I \rightarrow \log C = \log V - \beta \log I$$

Exemplo: calcular V supondo:

$$C = 200$$

$$\beta = 0,17$$

$$I = 15\text{mA}$$

$$\log V = \log 200 + 0,17 \log 15 \cdot 10^{-3}$$

$$\log V = 2,3 + 0,17(-1,824)$$

$$\log V = 2,3 - 0,31 = 1,99 \rightarrow V = 10^{1,99} = 97,72\text{V}$$

FÓRMULA AUXILIAR: Se  $V = C.I^\beta$ , temos:  $I^\beta = V/C$

$$\text{Daí: } I = \sqrt[\beta]{\frac{V}{C}} \rightarrow \log: \log I = 1/\beta (\log V - \log C)$$

### Cálculo de C e $\beta$

Devemos aplicar experimentalmente 3 tensões no VDR, onde serão obtidas as seguintes equações:

$$\log V_1 = \log C + \beta \log I_1 \text{ (I)}$$

$$\log V_2 = \log C + \beta \log I_2 \text{ (II)}$$

$$\log V_3 = \log C + \beta \log I_3 \text{ (III)}$$

Através de duas equações poderemos calcular os valores de C e  $\beta$



$$\beta = \frac{\log V1 - \log V2}{\log I1 - \log I2}$$

De (I) e (II) tiramos:  $\log C = \log V1 - \beta \log I1 = \log V2 - \beta \log I2$

substituindo  $\beta$ :

$$\log C = \log V2 - (\log V1 - \log V2) \left( \frac{\log I2}{\log I1 - \log I2} \right)$$

EXEMPLO: Calcule os valores de C e  $\beta$  de um VDR cujas medidas obtidas foram:

$$V1 = 70V \quad - \quad I1 = 1,6mA$$

$$V2 = 100V \quad - \quad I2 = 100mA$$

Solução: Calculando  $\beta$ :

$$\beta = \frac{\log V1 - \log V2}{\log I1 - \log I2} \rightarrow \frac{\log 70 - \log 100}{\log 0,0016 - \log 0,1} = \frac{1,845 - 2}{-2,796 - (-1)} = \frac{-0,155}{-1,796} = 0,086$$

$$\underline{\beta = 0,086}$$

Calculando C:

$$\log C = \log V2 - (\log V1 - \log V2) \left( \frac{\log I2}{\log I1 - \log I2} \right)$$

$$\log C = \log 100 - (\log 70 - \log 100) \left( \frac{\log 0,1}{\log 0,0016 - \log 0,1} \right)$$

$$\log C = 2 - (1,845 - 2) \left( \frac{-1}{-2,796 - (-1)} \right) \rightarrow \log C = 2 - (-0,155) \left( \frac{-1}{-1,796} \right)$$

$$\log C = 2 + 0,155 \left( \frac{1}{1,796} \right) = 2 + \frac{0,155}{1,796} = 2 + 0,0863 = 2,0863 \rightarrow C = 10^{2,0863} = 121,98$$

$$\underline{C = 121,98}$$

### Cálculo da resistência do VDR

Partindo da fórmula geral:  $V = C \cdot I^\beta$  e da fórmula da 1ª lei de ohm  $R = \frac{V}{I}$ , temos:  $R = \frac{C \cdot I^\beta}{I} =$

$$\frac{C}{I^{(1-\beta)}} \quad \boxed{R = \frac{C}{I^{(1-\beta)}}}$$

ou ainda, partindo de  $R = \frac{V}{I}$  teremos:  $\frac{V}{\left(\frac{V}{C}\right)^{1/\beta}} = \frac{V}{\frac{V^{1/\beta}}{C^{1/\beta}}} = \frac{C^{1/\beta} \cdot V}{V^{1/\beta}}$

em função de I temos então:  $I^\beta = \frac{V}{C} \rightarrow I = \left(\frac{V}{C}\right)^{1/\beta}$

Substituindo:  $R = \frac{C^{1/\beta}}{V^{(1/\beta-1)}} \rightarrow R = C^\alpha \cdot V^{(1-\alpha)}$

$$\log R = \alpha \log C + (1-\alpha) \log V$$

### Cálculo da potência dissipada

Partindo da fórmula geral:  $V = C \cdot I^\beta$  e a partir da 1ª lei de ohm:  $W = V \cdot I$ , temos:  $W = V \left(\frac{V}{C}\right)^{1/\beta} = \frac{1}{C^\alpha} \cdot V^{(1/\beta+1)} = \frac{1}{C^\alpha} \cdot V^{(1+\alpha)}$

portanto:  $W = \frac{V^{(1+\alpha)}}{C^\alpha} = K V^{(1+\alpha)}$  onde  $K = \frac{1}{C^\alpha}$

ou ainda, partindo de  $W = V \cdot I \rightarrow C \cdot I^\beta \cdot I = C \cdot I^{(\beta+1)} \rightarrow W = C \cdot I^{(\beta+1)}$

$$\log W = \log C + (\beta+1) \log I$$

EXEMPLO:

Calcular a resistência e potência em um VDR, quando submetido a uma tensão de 150V, com os seguintes dados:  $C = 800$ ;  $\beta = 0,41$

Solução:  $\log R = \alpha \log C + (1-\alpha) \log V \rightarrow \alpha = 1/\beta = 1/0,41 = 2,439$

$\log R = 2,439 \log 800 + (1 - 2,439) \log 150 = 2,439 \cdot 2,903 + (1 - 2,439) \cdot 2,177$

$\log R = 7,08 - 3,131 = 3,949 \rightarrow \log R = 3,949 \rightarrow R = 10^{3,949}$

$$R = 8.892\Omega$$

Calculando R pela fórmula geral:  $R = C^\alpha \cdot V^{(1-\alpha)}$

$R = 800^{2,439} \cdot 150^{(1-2,439)} = 12.040.277 \cdot 150^{(-1,439)}$

$R = 12.040.277 \cdot 0,0007389 = 8.896,56\Omega$

$\log W = \log C + (\beta+1) \log I = \log 800 + (0,41 + 1) \cdot \log I$

calculando I:  $I = 150V / 8.892\Omega = 16,869mA$ .

$$\log W = 2,903 + (1,41) \cdot \log 0,016869 \rightarrow 2,903 + 1,41(-1,773) = 2,903 - 2,5$$

$$\log W = 0,403 \rightarrow W = 10^{0,403} = 2,529W$$

$$\underline{W = 2,529W}$$

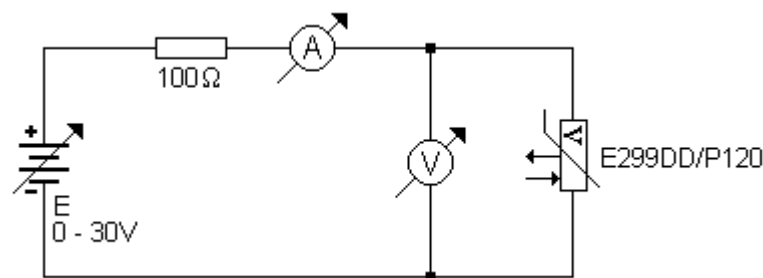
Calculando a potência pela fórmula geral:  $W = C \cdot I^{(\beta + 1)}$

$$W = 800 \cdot 0,016869^{(1,41)} = 800 \cdot 0,003164 = 2,531W$$

## Circuito experimental

*Objetivo:*

Obter as curvas características tensão  $\times$  corrente de um VDR comercial, utilizando para isso, o circuito experimental mostrado abaixo:



A tensão de entrada foi variada de forma a obter-se nos extremos do VDR uma tensão variando de 2 a 12V, conforme mostra a tabela abaixo:

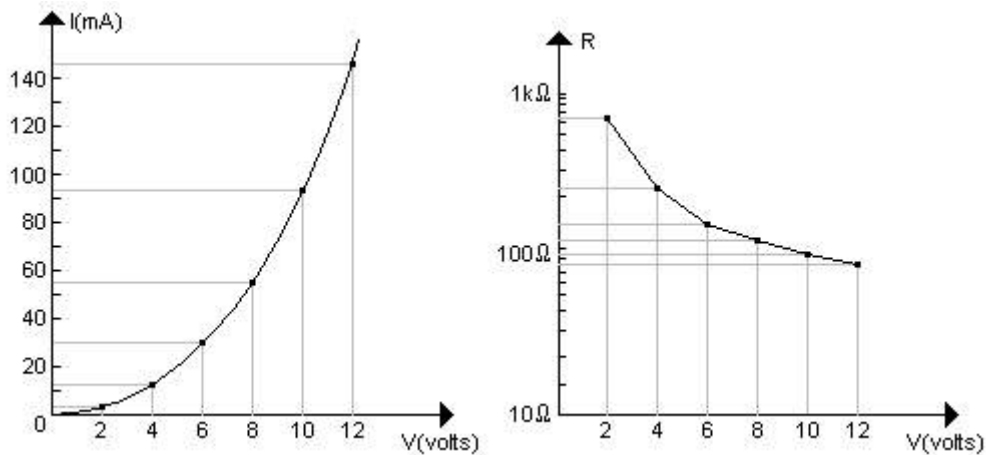
Tensão no VDR (volts)	2	4	6	8	10	12
Corrente no VDR (mA)	150	93	55	30	12	3
Resistência do VDR (ohms)	80	107,5	145	200	333	667

A partir da tensão obtida nos extremos do VDR e a corrente medida, foram calculados os valores correspondentes da resistência.

A partir dos valores disponíveis na tabela, foram levantadas as curvas características de tensão  $\times$  corrente e da resistência  $\times$  tensão.

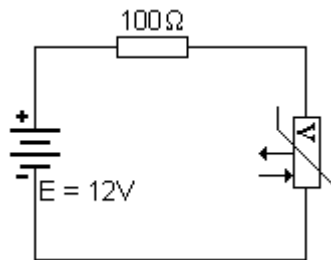
É bom lembrar que a curva refere-se a um tipo específico de VDR. A partir daí então, pode-se usar as curvas obtidas para projetos de dispositivos.

A figura a seguir mostra as curvas obtidas.



A curva tensão  $\times$  corrente foi obtida através de coordenadas  $x$  e  $y$  lineares enquanto que na curva resistência  $\times$  tensão a coordenada  $y$  é logarítmica.

EXEMPLO: Utilizando a curva tensão  $\times$  corrente obtida para o VDR, calcular os valores da tensão, corrente e potência no VDR, no circuito abaixo:



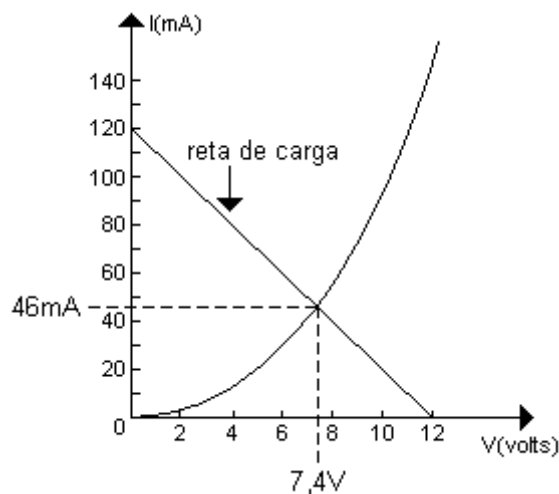
Solução:  
O primeiro passo é obter a reta de carga e para tanto devemos obter dois pontos ao longo do gráfico:

A equação da malha do circuito é:  
 $E = V_R + V_{VDR} = R_I + V_{VDR}$

$$V_{VDR} = E - R_I$$

para  $V_{VDR} = 0$ , temos:  $I = \frac{E}{R} = \frac{12}{100} = 120\text{mA}$

para  $I_{VDR} = 0$ , temos  $V_{VDR} = 12\text{V}$



Pelo gráfico temos então:

$$V_{VDR} = 7,4\text{V}$$

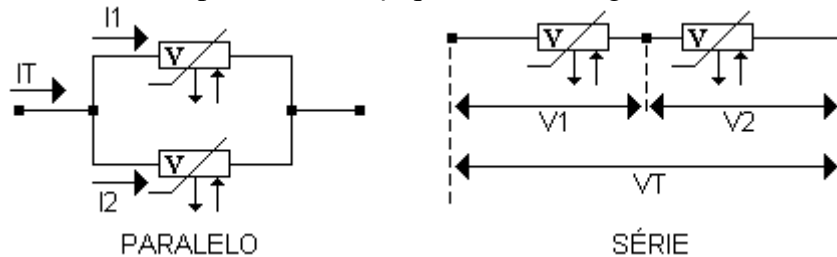


$$I = 46\text{mA (corrente no circuito)} \rightarrow V_R = 100 \cdot 0,046 = 4,6\text{V}$$

$$\text{Potência no VDR: } P_{\text{VDR}} = V_{\text{VDR}} \cdot I_{\text{VDR}} = 7,4 \cdot 0,046 = 0,34\text{W}$$

## Associação de VDRs

Os VDRs podem ser associados em série ou em paralelo. Um cuidado especial na associação de VDRs são suas características, em particular  $C$  e  $\beta$  que devem ser iguais.



### Associação em paralelo:

A partir da fórmula  $V = C \cdot I^\beta$

$$I_T^\beta = V/C \rightarrow I_T^\beta = (\eta I)^\beta$$

$$I_T^\beta = \eta^\beta \cdot I^\beta = \eta^\beta \frac{V}{C} \rightarrow V = \frac{C}{\eta^\beta} \cdot I_T^\beta \rightarrow V = C'' \cdot I_T^\beta \quad \text{Logo: } C'' = \frac{C}{\eta^\beta}$$

$C$  = constante inicial

$C''$  = constante resultante da associação

$\eta$  = quantidade de VDRs da associação

**Exemplo:** Calcule o novo valor de  $C$  de 4 VDRs com  $C = 200$  e  $\beta = 0,25$ , associados em paralelo.

$$C'' = \frac{C}{\eta^\beta} \rightarrow C'' = \frac{200}{4^{0,25}} \rightarrow \eta^\beta = 4^{0,25}$$

$$0,25 \log 4 = \log x \rightarrow 0,25 \cdot 0,602 = \log x$$

$$\log x = 0,15 \rightarrow x = 10^{0,15} = 1,412$$

$$C'' = \frac{200}{1,412} = 141,64$$

### Associação em série:

$$\text{A partir da fórmula } V = C \cdot I^\beta \rightarrow \begin{cases} V_1 = C \cdot I^\beta \\ V_2 = C \cdot I^\beta \end{cases}$$

$$V = C \cdot I^\beta + C \cdot I^\beta = 2 C \cdot I^\beta$$

Para  $\eta$ VDRs  $\rightarrow V_T = C' \cdot I^\beta$  onde:  $C' = \eta C$

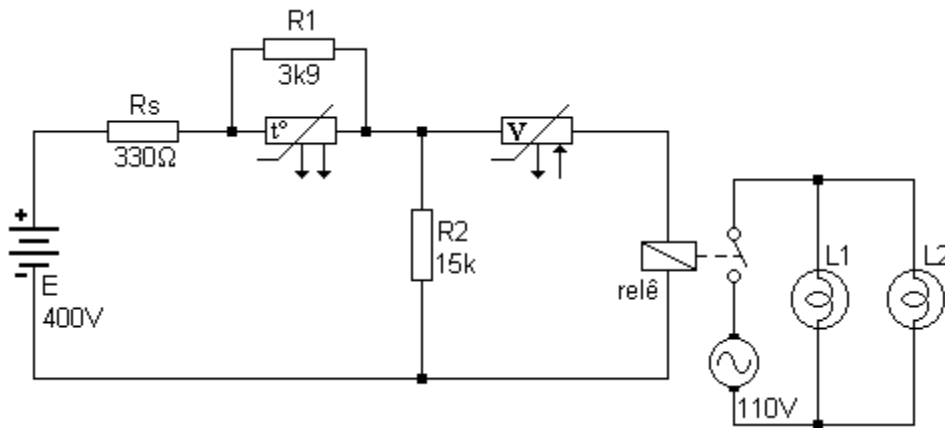
$\eta$  VDRs associados em série podem ser considerados como um VDR com uma constante  $C$   $\eta$  vezes maior.

Exemplo: Calcule o novo valor de  $C$  para 4 VDRs com constante  $C = 200$  e  $\beta = 0,25$  associados em série.

$$C' = \eta C = 200 \cdot 4 = 800$$

### EXERCÍCIO RESOLVIDO:

O circuito abaixo se destina a indicar a temperatura de uma estufa, acendendo as lâmpadas piloto que são acionadas por um relê. Qual deve ser a temperatura dessa estufa para que as lâmpadas acendam? Qual é a corrente nos contatos do relê?



DADOS:

resistência da bobina do relê ( $R_{RELÊ}$ ) =  $1.000\Omega$

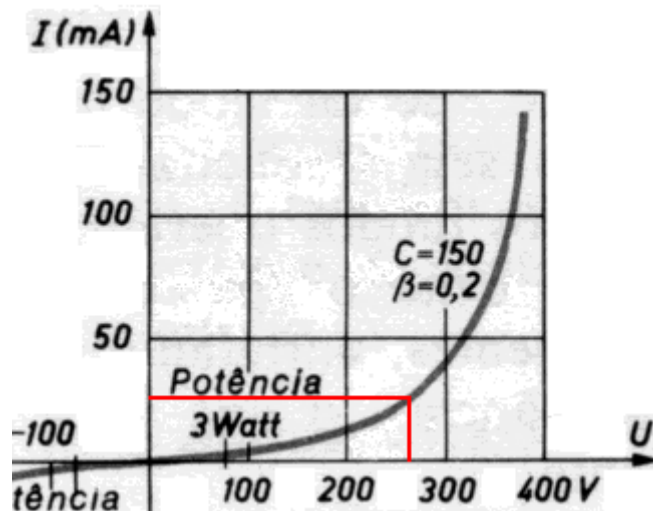
corrente da bobina do relê ( $I_{RELÊ}$ ) =  $25\text{mA}$

$L1 = L2 = 110\text{V}/60\text{W}$

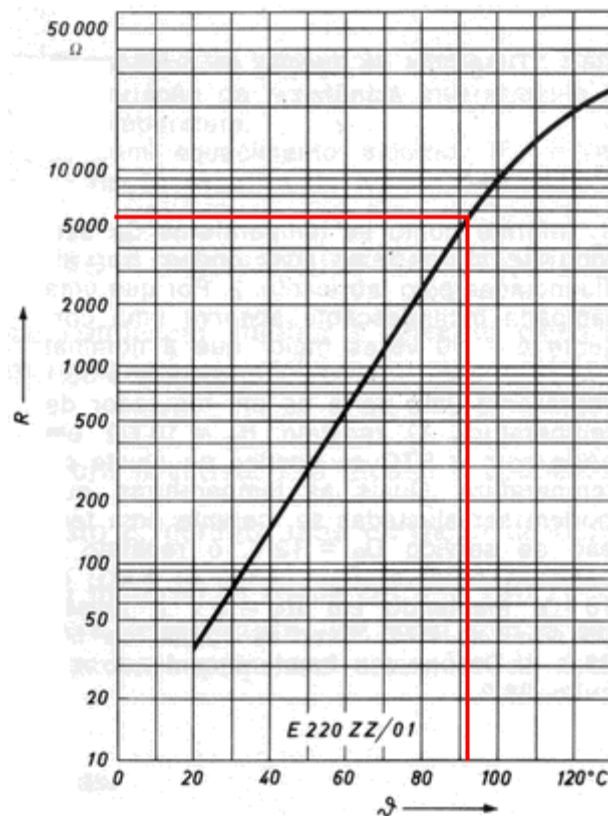
Solução:

O circuito possui um PTC e um VDR ( $C = 150$  e  $\beta = 0,2$ ). Para tanto, serão utilizadas as curvas das páginas 16 e 19 respectivamente.

- A corrente que circula pelo relê é a mesma do VDR:  $I_{RELÊ} = I_{VDR} = 25\text{mA}$
- A tensão no relê ( $V_{RELÊ}$ ) =  $1.000 \cdot 25\text{mA} = 25\text{V}$
- Através da curva podemos determinar a tensão no VDR.
- Pela curva, a tensão no VDR é de  $260\text{V}$ .



- A tensão no resistor R2 será então:  $V_{RELÊ} + V_{VDR} = 260V + 25V = 285V$
- A corrente no resistor R2 será:  $285V/15k = 19mA$
- Pelo resistor Rs circulará uma corrente de 44mA ( $19mA + 25mA$ )
- No resistor Rs, haverá uma queda de tensão:  $330 \cdot 44mA = 14,52V$
- Na associação paralela formada pelo PTC e o resistor R1 a queda de tensão será de:  $400 - 14,52 - 285 = 100,48V$
- A corrente em R1 será:  $100,48V/3.900\Omega = 25,76mA$
- A corrente pelo PTC será:  $44mA - 25,76mA = 18,24mA$
- A resistência do PTC será:  $100,48V/18,24mA = 5.508,7\Omega$
- Utilizando a curva do PTC podemos determinar a temperatura da estufa



Resposta: A temperatura encontrada é de 92°C.

Pelos contatos do relê deve circular uma corrente que corresponde ao consumo das lâmpadas.

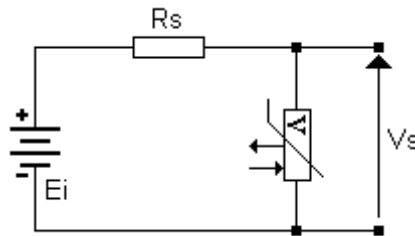
$$\text{Assim: } I_{\text{CONTATO DO RELÊ}} = \frac{120\text{W}}{110\text{V}} = 1,09\text{A}$$

### EXERCÍCIO RESOLVIDO:

Qual é a variação da tensão de saída ( $V_s$ ) no circuito abaixo, quando a tensão de entrada ( $E_i$ ) varia de 300V para 400V?

DADOS:

- Supor inicialmente uma tensão de saída de 200V.
- Utilizar o gráfico do VDR da página 19.



Solução:

1) Consultando o gráfico da página 19 para uma tensão de saída de 200V (tensão no VDR), teremos uma corrente de 13mA.

2) Calculando o valor de  $R_s$ :

$$R_s = \frac{300 - 200\text{V}}{13\text{mA}} = 7.692\Omega$$

3) Equação da malha:

$$E_i = R_s I + E_s, \text{ onde:}$$

$$E_s = V_{\text{VDR}}$$

$$I = I_{\text{VDR}} = I_{R_s}$$

$$E_i = (7.692\Omega \cdot 13\text{mA}) + V_{\text{VDR}}$$

$$300 = 50\text{V} + 250\text{V ( I)}$$

$$400 = 50\text{V} + 350\text{V ( II)}$$

4) Determinando os dois pontos da reta de carga ( II ):

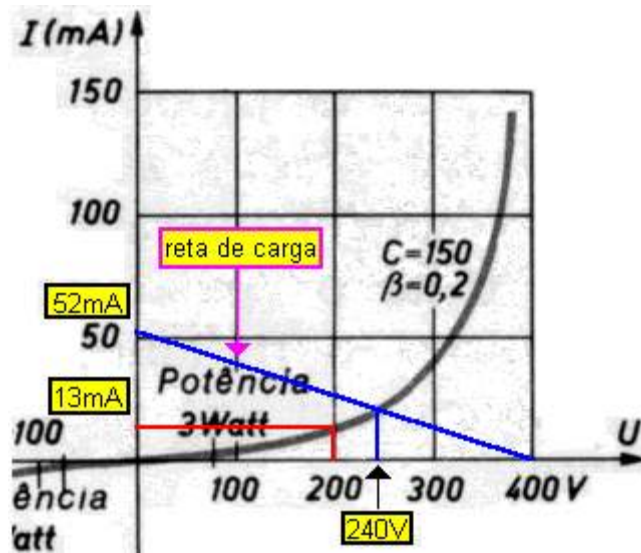
Para  $E_s = 0$

$$400 = R_s I + V_{\text{VDR}} \rightarrow I_{\text{VDR}} = \frac{400\text{V}}{7.692\Omega} = 52\text{mA}$$

Para  $I = 0$

$$V_{\text{VDR}} = 400\text{V}$$

5) O próximo passo é traçar a reta de carga no gráfico a partir dos valores acima calculados, ou seja:  $V = 400\text{V}$  e  $I = 52\text{mA}$ . A figura a seguir mostra os procedimentos para a obtenção dos valores de tensão e corrente.



**CONCLUSÃO:**

Para uma variação da tensão de entrada ( $E_i$ ) de 300V para 400V ( $\Delta E_i = 33,3\%$ ), a tensão de saída ( $E_s$ ) variou de 200 para 240V ( $\Delta E_s = 20\%$ ).