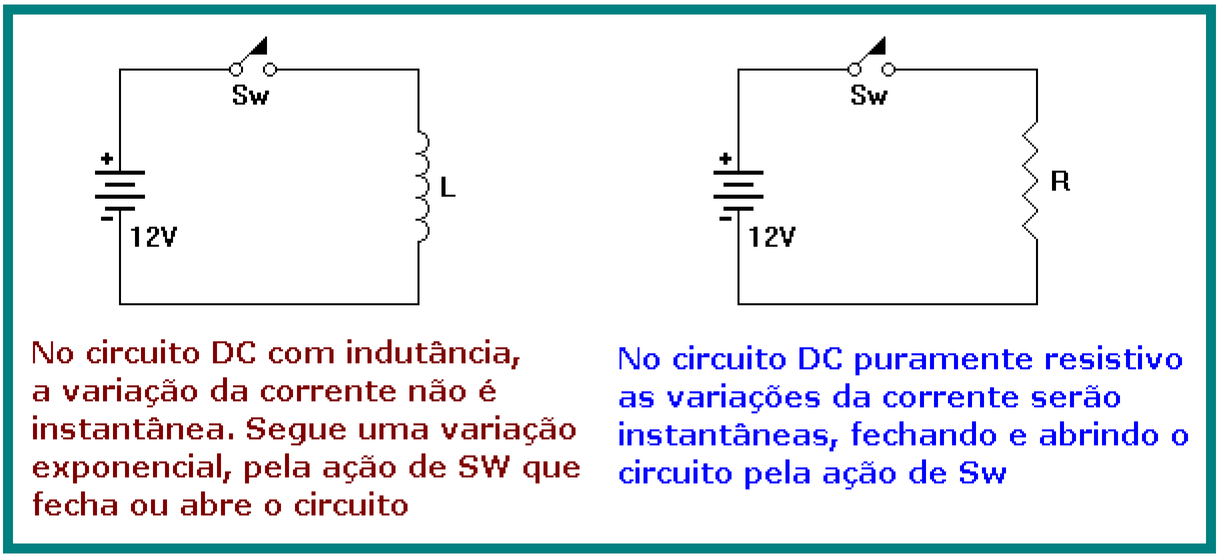
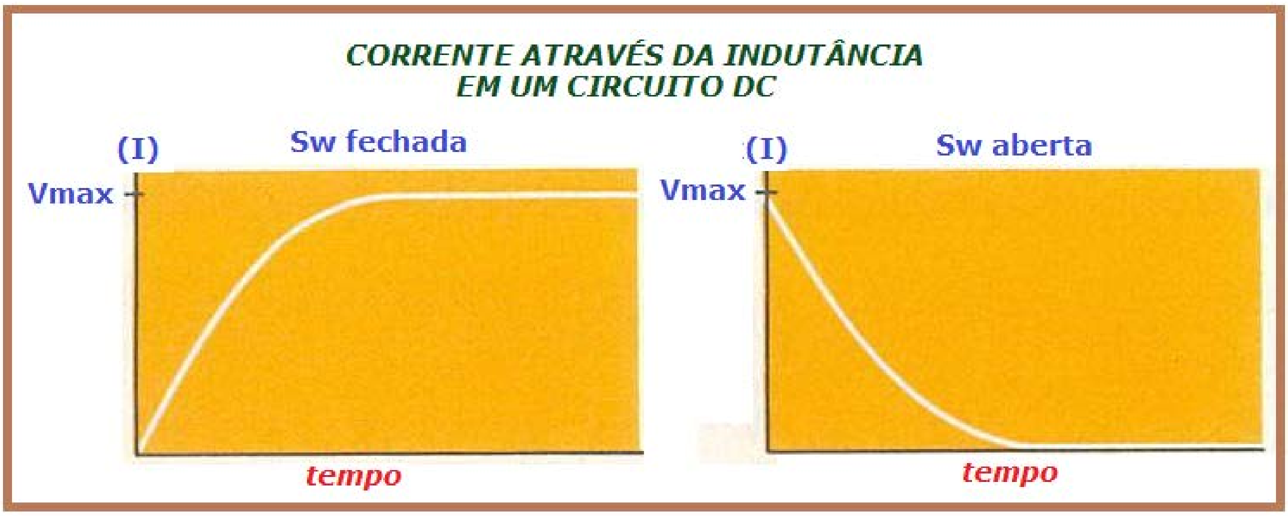
CIRCUITOS INDUTIVOS

Em um circuito DC, seja ele resistivo ou não, a corrente varia somente no instante em que o circuito é aberto ou fechado.

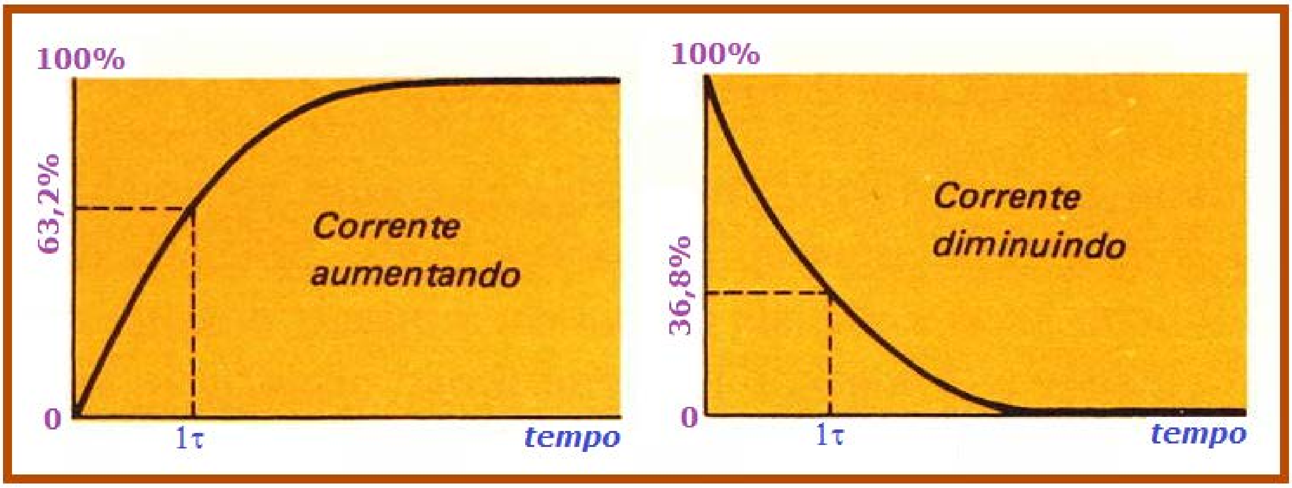
Quando o circuito é puramente resistivo essas variações são instantâneas, porém tal não acontece quando o mesmo é indutivo.



Observe as formas de onda que são exponenciais em um circuito DC indutivo, valendo tanto para Sw ao ser fechada (valor zero para valor máximo) como para Sw ao ser aberta (valor máximo para valor zero).



Quando a chave Sw é fechada ou aberta, o processo de aumento e diminuição da corrente no indutor, como vimos, não é instantâneo, mas obedece a uma curva exponencial que denominamos *constante de tempo*.



A **constante de tempo** é representada pela letra grega "tau" (τ). Uma constante de tempo é o tempo que a corrente leva para atingir de zero até 63,2% do seu valor máximo, ou seja, 100%.

De forma análoga, uma constante de tempo é o tempo que a corrente cai 63,2% do seu valor máximo, ou seja, 36,8% do seu valor máximo.

Por exemplo, se considerarmos uma corrente de 1A, a partir do zero até o valor máximo, em uma constante de tempo essa corrente será igual a 632mA.

Se considerarmos a mesma corrente, partindo de um valor máximo até o valor zero, em uma constante de tempo essa corrente será igual a 368mA.

Em qualquer circunstância, o valor da constante de tempo é diretamente proporcional à indutância e inversamente proporcional à resistência, sendo calculada pela fórmula:

$$\tau = L/R$$

L = indutância em henry
R = resistência em ohm
τ = constante de tempo em segundos

No caso de circuitos somente com indutores ou bobinas, "R" representa a resistência ôhmica do fio.

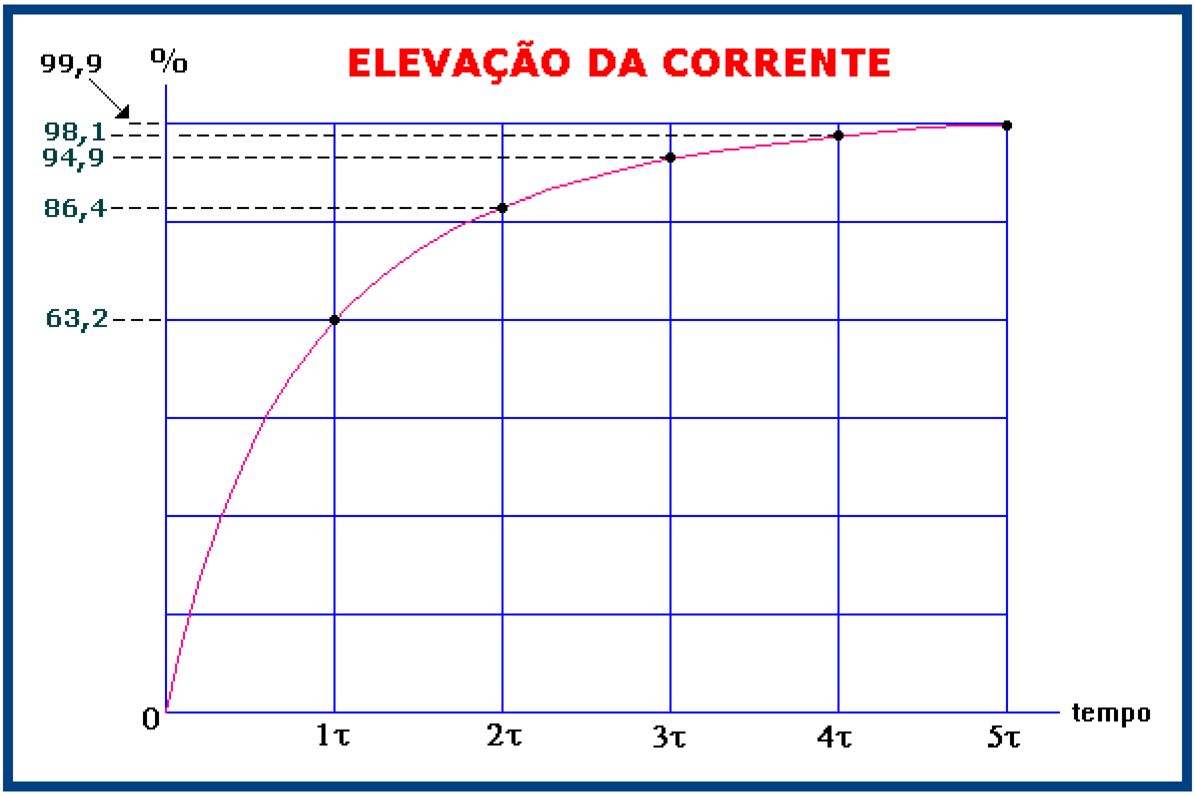
Analisando as curvas acima, observa-se que após uma constante de tempo o crescimento da corrente é mais lento, da mesma forma, pode-se dizer em relação ao decréscimo da corrente após uma constante de tempo.

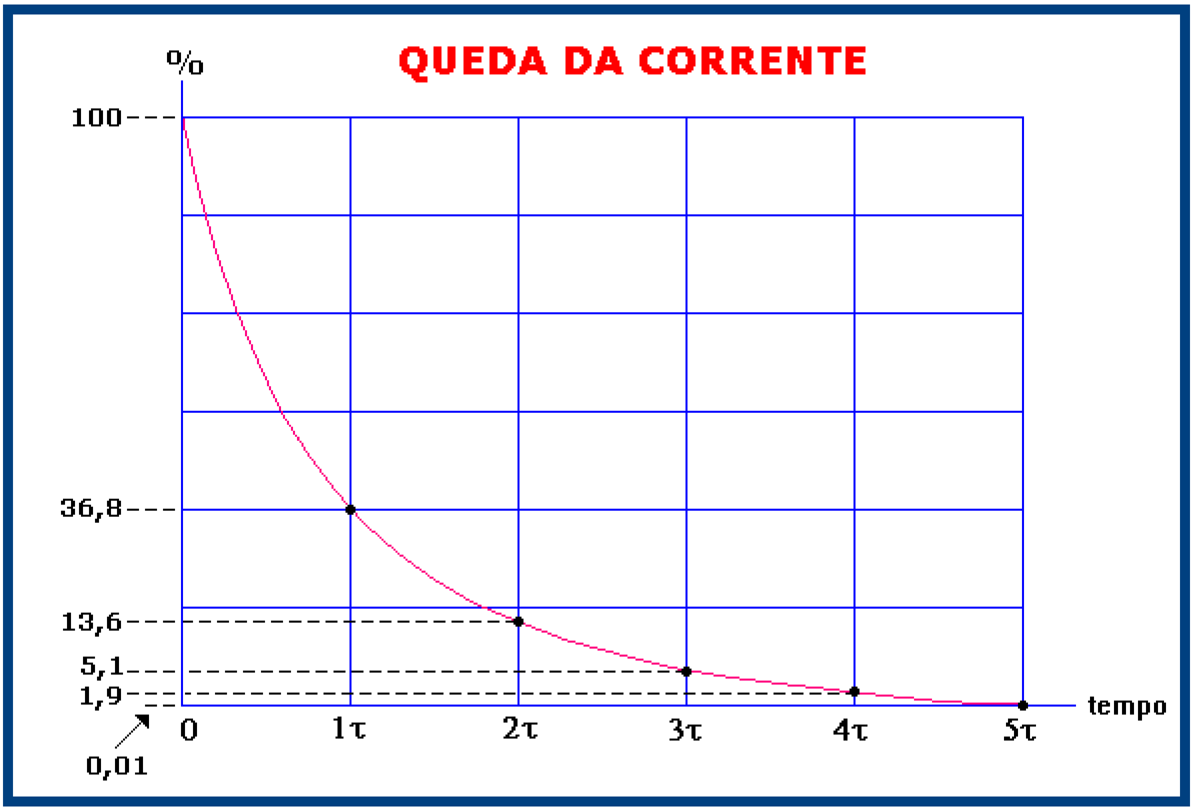
Para que efetivamente ocorra 100% (valor máximo) e zero, são necessárias 5 constantes de tempo.

Vmax = 5τ
Min = 5τ

Os gráficos abaixo ilustram a variação da corrente em função do tempo para uma dada constante de tempo.

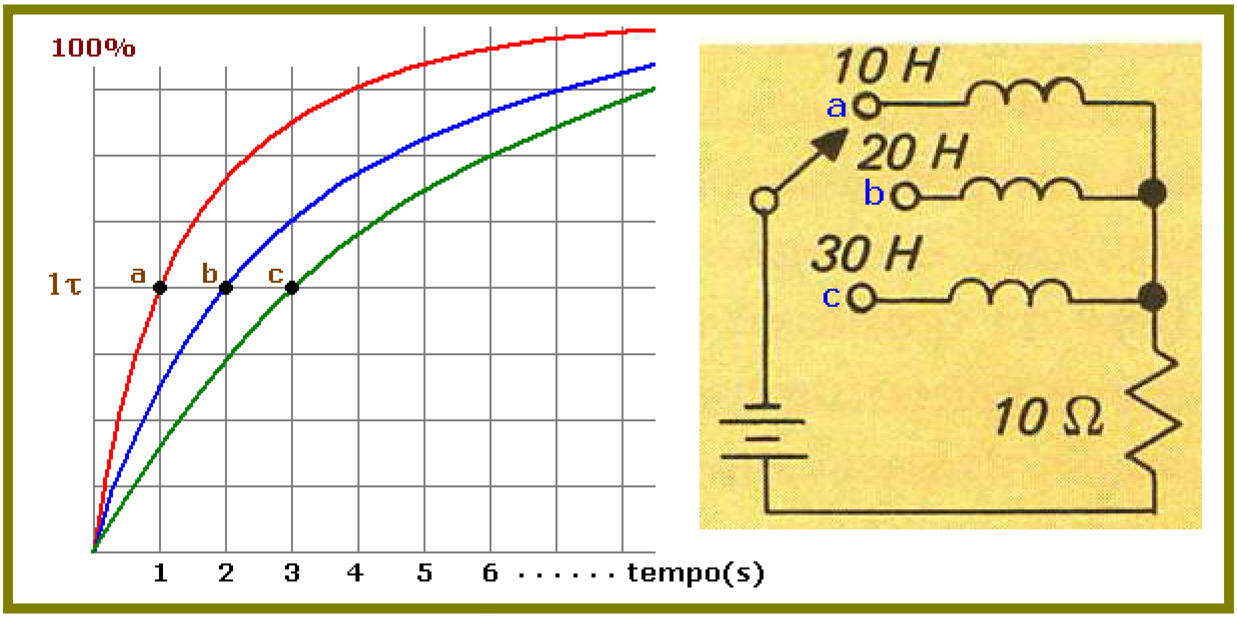
A variação é exponencial para os dois casos: elevação da corrente e queda da corrente.





O valor da indutância causa alterações nessa constante de tempo, ou seja, em um circuito DC o valor da indutância determina em quanto tempo a corrente atinge o seu valor máximo quando o circuito é fechado e quanto tempo é necessário para que essa corrente caia até zero quando o circuito é aberto.

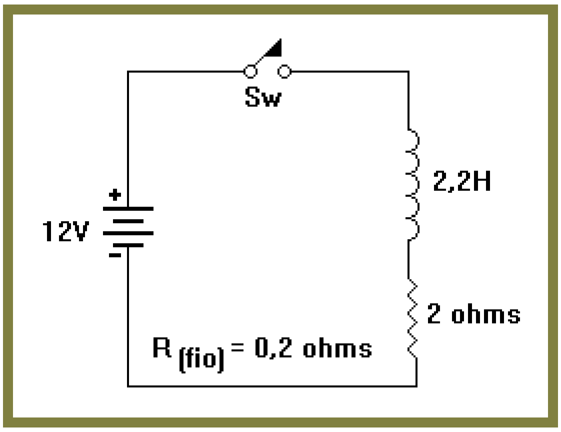
Veja abaixo as condições diferenciadas para valores diferentes de indutância, que correspondem a uma constante de tempo.



Em "a" temos: τ = L/R = 10/10 = 1 segundo
Em "b" temos: τ = L/R = 20/10 = 2 segundos
Em "c" temos: τ = L/R = 30/10 = 3 segundos

Exemplo:

No circuito abaixo, qual é o tempo necessário para que a corrente no circuito atinja o seu valor máximo quando Sw for fechada?



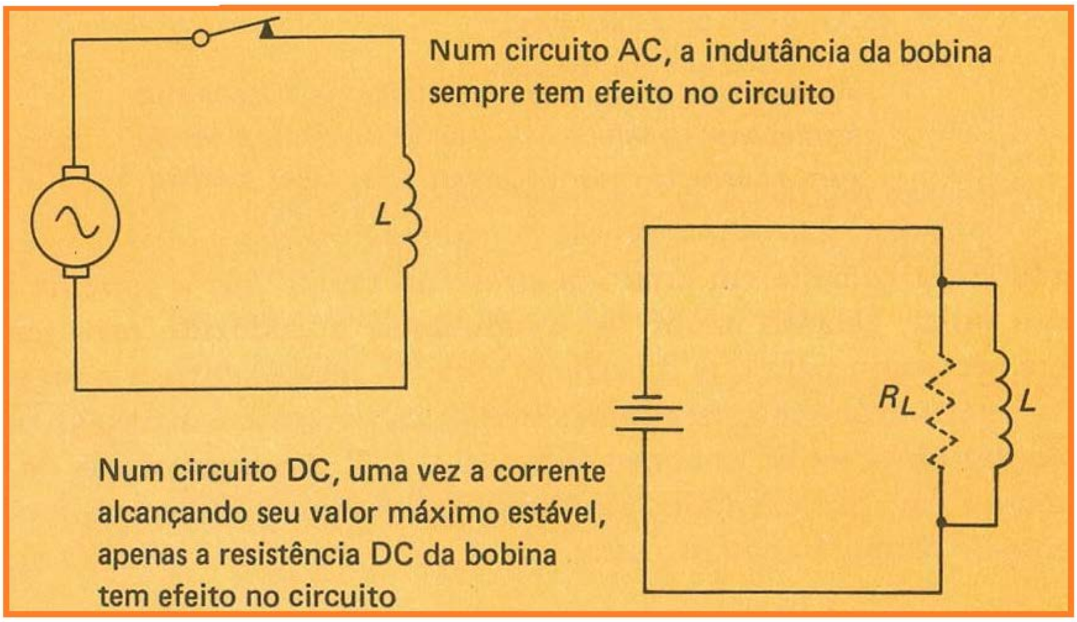
τ = L/R = 2,2 / (2 + 0,2) = 2,2 /2,2 = 1s

5τ = 1s x 5 = 5 segundos

CIRCUITOS AC INDUTIVOS

Como vimos, em um circuito DC com indutor, a corrente varia no circuito apenas quando o mesmo é fechado ou aberto.

No circuito AC, ocorre o contrário, ou seja, a corrente varia constantemente.



Portanto, o efeito da indutância somente ocorre de forma permanente em um circuito AC.

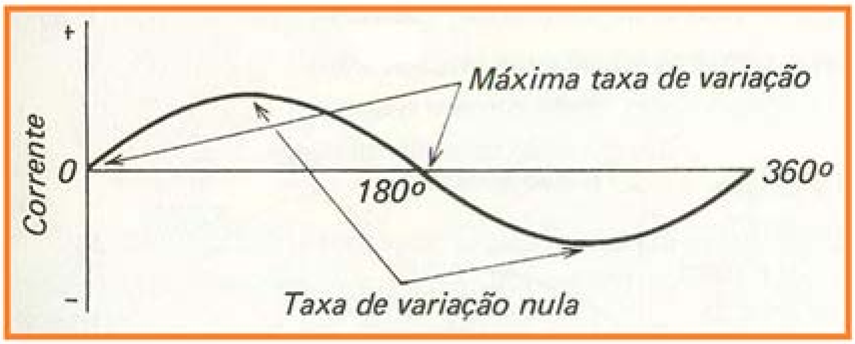
Relação de fase entre tensão e corrente:

Três variáveis são importantes em um circuito AC com indutância:

1. tensão aplicada
2. força contraeletromotriz
3. corrente do circuito

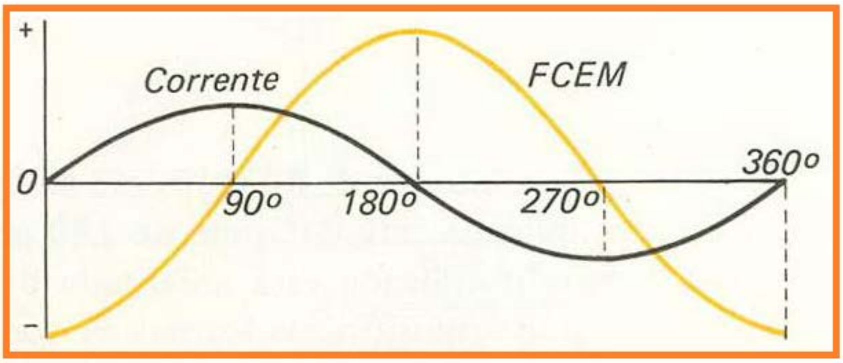
Em circuitos AC resistivos a tensão e corrente estarão em fase, porém, tal não ocorre em circuitos AC indutivos.

A modificação da relação de fase entre tensão e corrente decorre em virtude da *fcem*.

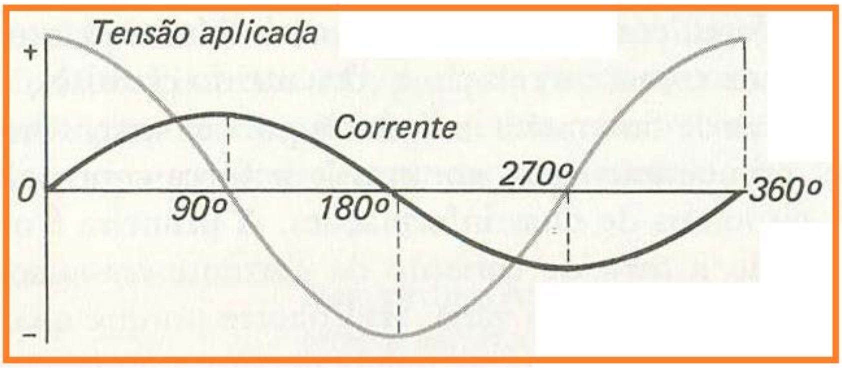


A figura anterior mostra um ciclo da corrente AC onde a taxa de variação é maior possível quanto maior for a inclinação, e isto ocorre em 0, 180 e 360 graus, ou seja, quando a forma de onda passa por "zero".

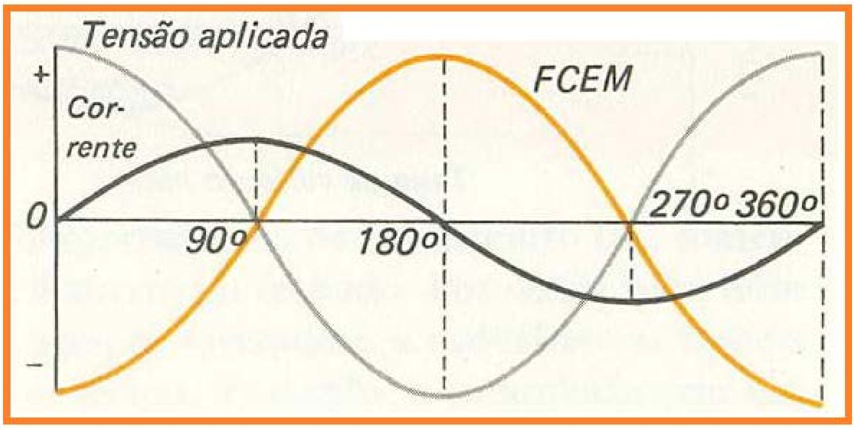
A figura a seguir mostra a defasagem entre a corrente pelo circuito e a *fcem*. Observa-se que a relação de fase entre a corrente no circuito e a *fcem* é de 90 graus.



A figura a seguir ilustra a defasagem entre a tensão aplicada e a corrente no circuito. Observa-se que a relação de fase entre a tensão aplicada e a corrente no circuito é também de 90 graus.



A figura a seguir ilustra a relação de fase entre a tensão aplicada, corrente no circuito e a *fcem*.



Observe agora que a relação de fase entre a tensão aplicada e a *fcem* é de 180 graus.

É importante observar que a *fcem* segue a *Lei de Lenz* ao se atrasar 90 graus em relação à corrente.

Assim, pela aplicação da Lei de Lenz observa-se claramente que a tensão aplicada e a *fcem* estão adiantadas 90 graus em relação à corrente do circuito.

Reatância indutiva:

A reatância indutiva é a resistência oferecida à passagem da corrente AC em um circuito indutivo.

A unidade de medida da mesma é o ohm, sendo calculada pela fórmula:

$$XL = \omega L$$

onde:

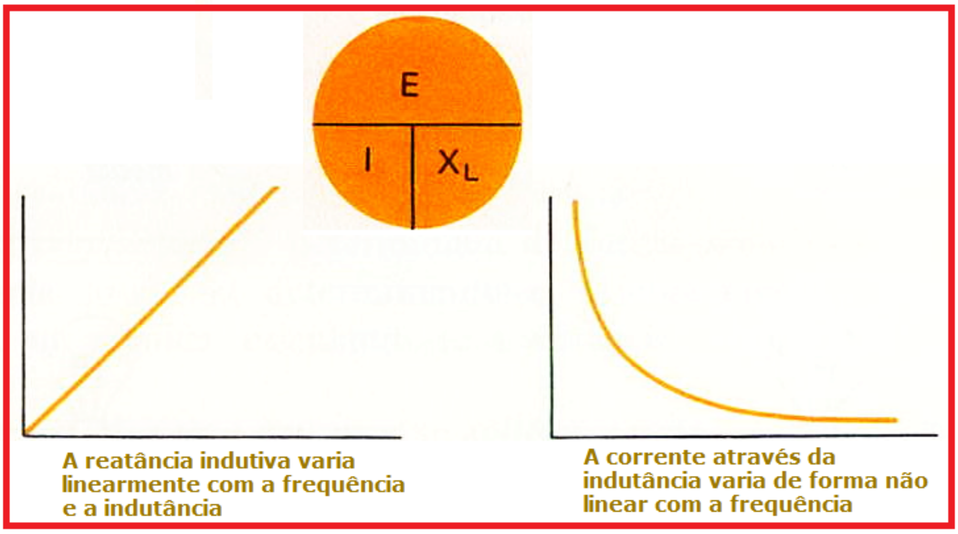
XL é a reatância indutiva em ohms
L é a indutância em henry
ω é a velocidade angular que é igual a $2\pi f$

Portanto:

$$XL = 2\pi fL$$

f é a frequência em hertz
$2\pi f$ é efetivamente a taxa de variação da corrente

Em um circuito puramente indutivo a reatância indutiva possui o mesmo efeito que uma resistência num circuito DC ou no circuito resistivo AC.



Exemplo: Um circuito AC com frequência de 100Hz alimenta um indutor de 0,8H. Qual é a resistência que esse indutor apresenta à passagem de corrente para esse circuito?

$$XL = 2\pi fL$$

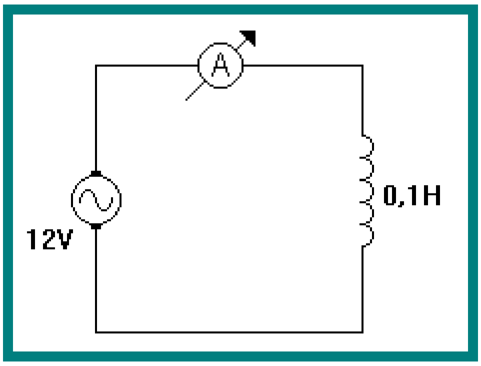
$$XL = 6,28 \times 100 \times 0,8 = 502,4 \text{ ohms}$$

Cálculo da corrente em um circuito indutivo:

Para calcular a corrente em um circuito indutivo, basta aplicar a Lei de Ohm e substituir “R” por “XL”.

Podemos então dizer que I = E / XL

Vamos tomar como exemplo o circuito abaixo:



Calcular a corrente que circula pelo circuito para as seguintes frequências da fonte de tensão AC:

60Hz
200Hz

Solução:

Para a frequência de 60Hz:

$$XL = 2\pi fL = 6{,}28 \times 60 \times 0{,}1$$
$$XL = 37{,}68 \text{ ohms}$$

$$I = E / XL$$
$$I = 12 / 37{,}68 = 318{,}47\text{mA}$$

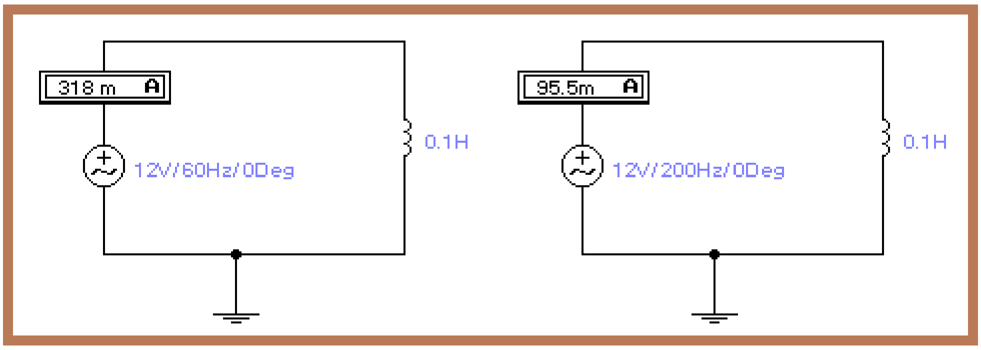
Para a frequência de 200Hz:

$$XL = 2\pi fL = 6{,}28 \times 200 \times 0{,}1$$
$$XL = 125{,}6 \text{ ohms}$$

$$I = E / XL$$
$$I = 12 / 125{,}6 = 95{,}54\text{mA}$$

A figura a seguir mostra a simulação das duas condições feitas no laboratório virtual, onde o indutor foi considerado ideal, ou seja, resistência DC nula, em outras palavras, trata-se de um circuito puramente indutivo.

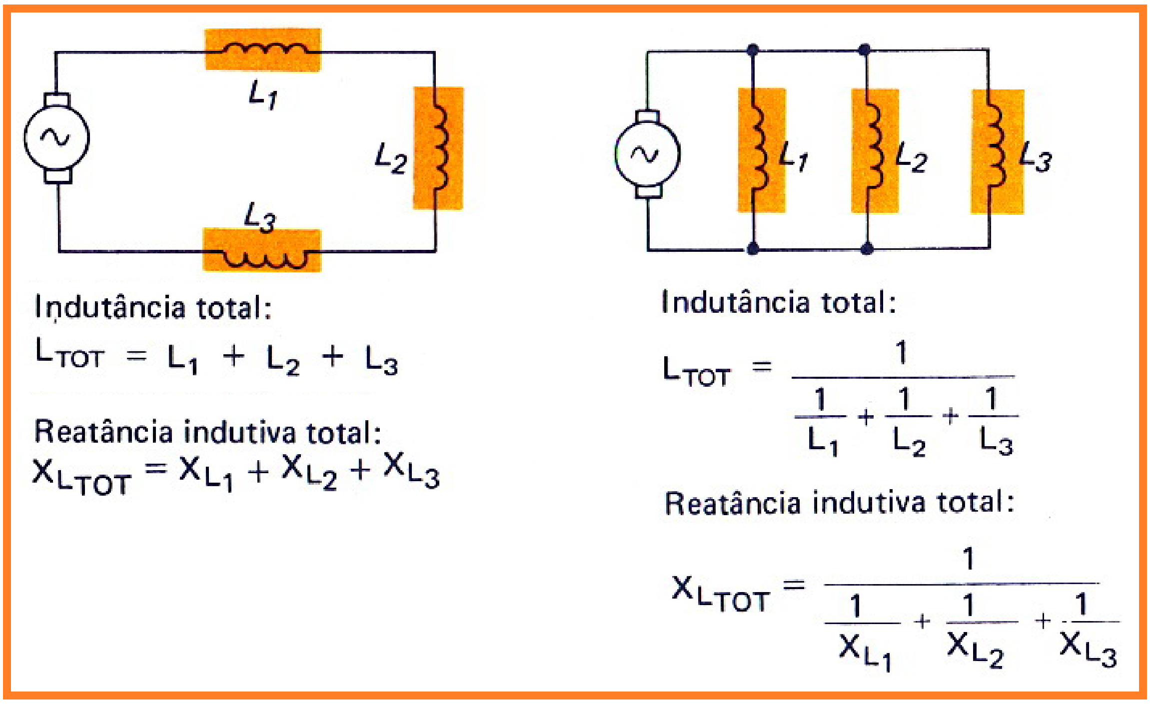
É importante lembrar também que a reatância calculada é válida somente se a frequência for mantida constante, pois qualquer variação da frequência ocasionará uma variação da reatância indutiva e consequentemente vai alterar a corrente que circula pelo circuito.



Associação de indutores:

De forma análoga aos resistores os indutores podem ser associados em série ou paralelo.

A fórmula para calcular a indutância total é a mesma utilizada para o cálculo da associação de resistores.



Exercício resolvido:

Considerando L1, L2 e L3 indutâncias ideais, calcular a corrente que o amperímetro indicará em cada um dos circuitos.

Solução:

O primeiro passo é resolver a indutância equivalente em cada um dos circuitos, pelas fórmulas de associação paralela e série de resistores.

A partir da XL equivalente, poderemos calcular a corrente em cada circuito.

CIRCUITO 1 (L1, L2 e L3 em paralelo)

$$1 / L(total) = 1 / 1,2 + 1 / 0,8 + 1 / 04$$

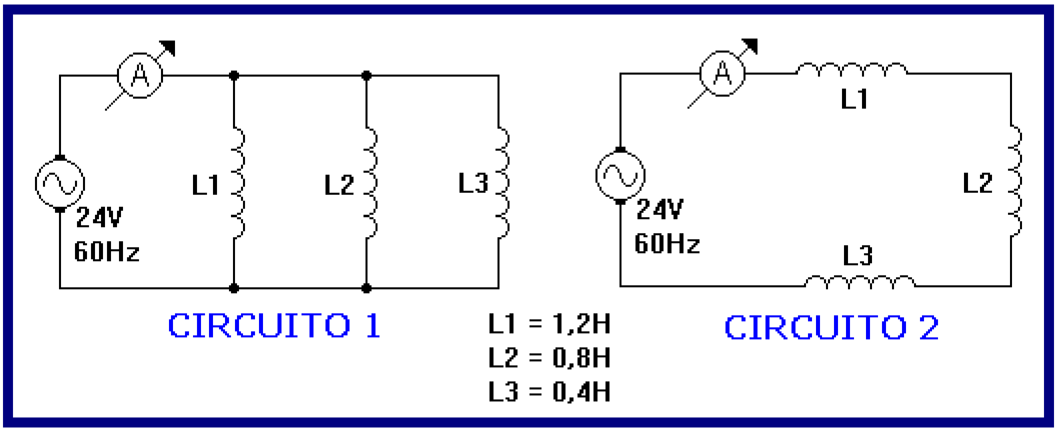
$$1 / L(total) = 0,833 + 1,25 + 2,5$$

$$1 / L(total) = 4,55$$

$$\mathbf{L(total) = 1 / 4,58 = 0,218H}$$

$$XL = 2\pi fL = 6,28 \times 60 \times 0,218 = 82,14 \text{ ohms}$$

$$\mathbf{IT = 24 / 82,14 = 292,2mA}$$



CIRCUITO 2 (L1, L2 e L3 em série)

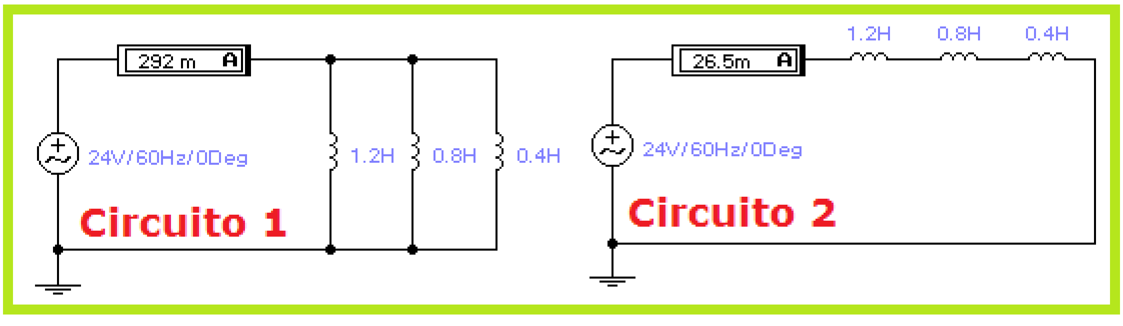
$$L(total) = L1 + L2 + L3$$

$$\mathbf{L(total) = 1,2 + 0,8 + 0,4 = 2,4H}$$

$$XL = 2\pi fL = 6,28 \times 60 \times 2,4 = 904,3 \text{ ohms}$$

$$\mathbf{IT = 24 / 904,3 = 26,5mA}$$

A figura abaixo mostra os dois circuitos simulados no EWB.



Os cálculos efetuados se aplicam a uma associação de indutores colocados fisicamente de forma estratégica no circuito, de forma a evitar a *indução mútua*, evitando assim a alteração dos parâmetros dos dois circuitos.

O fator “Q” de uma bobina ou indutância:

Os cálculos efetuados nos circuitos 1 e 2 anteriores, foram baseados em um indutor puro, considerando apenas a reatância indutiva, desprezando assim a sua resistência.

No entanto, qualquer bobina possui uma resistência, que é a própria resistência ôhmica do fio, que embora às vezes pequena, nem sempre pode ser desprezada.

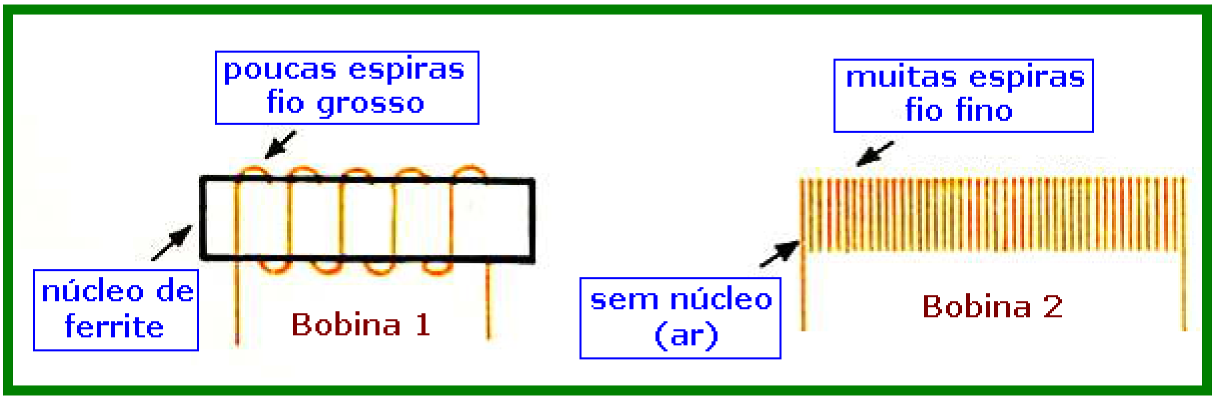
A resistência de uma bobina afeta o seu funcionamento. Se a bobina possuir uma resistência muito baixa em comparação com a sua reatância indutiva, poderá ser considerada como um indutor puro.

Assim, *o fator de qualidade de uma bobina*, expressa pela letra “Q”, é definido dividindo a sua reatância indutiva pela sua resistência:

$$Q = XL / R$$

XL = reatância indutiva em ohms
R = resistência do fio (resistência DC) em ohms
Q = é um número puro (adimensional)

Quando a bobina é usada em altas frequências a XL aumenta, mas a resistência DC não se altera, porém, isto não é regra geral uma vez que o fator de qualidade de uma bobina depende não só da quantidade de espiras como também da espessura do fio que a compõe.



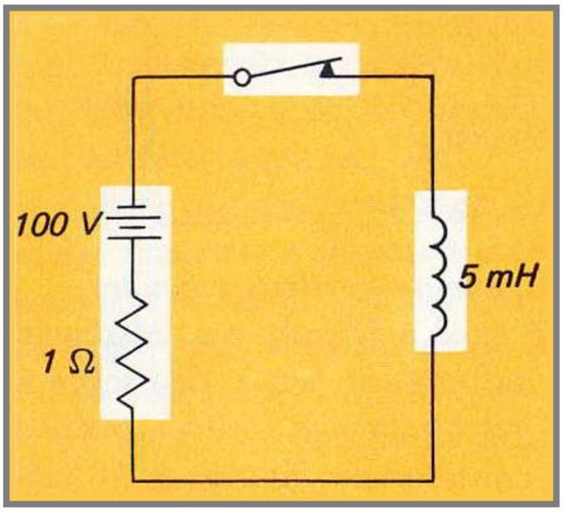
A figura acima ilustra duas bobinas com a mesma indutância. Devido as características de construção das mesmas, verifica-se que a bobina 1 possui um “Q” mais alto do que a bobina 2.

Quanto mais alto for o “Q”, menor a resistência de perda do fio.

Exercício resolvido 1:

Dado o circuito, calcule qual é o tempo necessário para que a corrente atinja o seu valor máximo.

Solução:

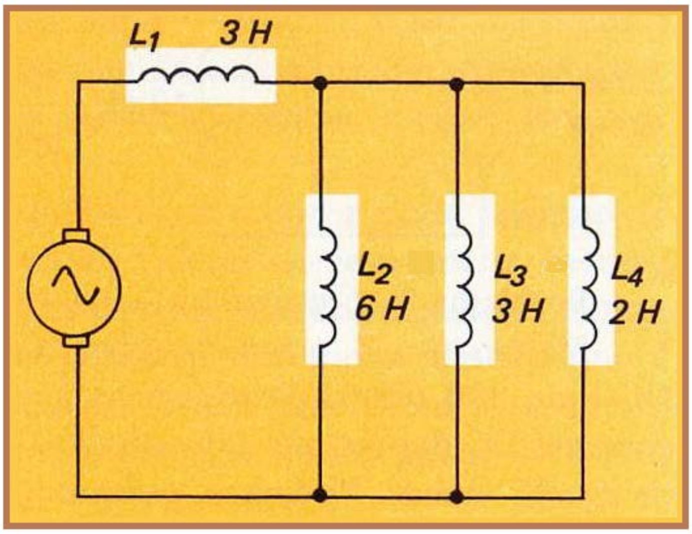


A partir do momento em que a chave é fechada, são necessárias 5 constantes de tempo para a corrente atingir o seu valor máximo.

$$\tau = L / R$$
$$\tau = 0{,}005 / 1 = 0{,}005s$$
$$5\tau = 0{,}005 \times 5 = 0{,}025s \text{ ou } 25ms$$

Exercício resolvido 2:

Calcule a indutância total do circuito.



Solução:

a) calculando a indutância total das bobinas L2, L3 e L4 que estão em paralelo:

$$1 / L(total) = 1/L1 + 1/L2 + 1/L3$$

$$1 / L(total) = 1/6 + 1/3 + 1/2$$

$$mmc = 6$$

$$1 / L(total) = (1 + 2 + 3) / 6 = 6 / 6$$

$$L(total) = 1H$$

b) a L(total) será então a soma de L1 com o resultado da associação calculada no ítem "a"

$$L(total) = 3 + 1 = 4H$$

Exercício resolvido 3:

Qual é a corrente total do circuito anterior, supondo que a fonte de tensão seja de 120 volts, com uma frequência de 60Hz?

Solução:

a) para calcular a corrente total do circuito, basta usar a Lei de Ohm, onde:

$$It = E / XL(total)$$

b) como já sabemos o valor da L total, que é 4H, então basta calcular a XL:

$$XL = 2\pi fL$$

$$XL = 6{,}28 \times 60 \times 4 = 1.507{,}2 \text{ ohms}$$

$$It = 120 / 1.507{,}2 = 79{,}6mA$$

Exercício resolvido 4:

Calcule a queda de tensão sobre L1, com os mesmos valores de fonte de tensão usados anteriormente, ou seja, 120V/60Hz.

Solução:

a) a maneira mais simples de resolver o problema é calcular a XL de L1 e depois aplicar a Lei de Ohm

$$XL \text{ de } L1 = 2\pi fL$$

$$XL = 6{,}28 \times 60 \times 3 = 1.130{,}4 \text{ ohms}$$

b) como já sabemos qual é a corrente total calculada anteriormente, que é 79,6mA basta aplicar a Lei de Ohm

Tensão em L1 = 1.130,4 x 0,0796 = 89,98 volts = **90 volts**

Exercício resolvido 5:

Ainda com relação ao exercício resolvido 2, considerando os mesmos valores anteriores, calcular agora as correntes em L2, L3 e L4.

Solução:

a) temos o valor da tensão em L1 que é de 90 volts, calculada anteriormente e como a tensão da fonte de tensão é de 120 volts, restam então 30 volts que estarão alimentando L2, L3 e L4.

b) se dividirmos os 30 volts pelas XLs de cada indutor, teremos então as correntes em L2, L3 e L4

c) calculando as XLs de cada indutor

$$XL2 = 2\pi fL2 = 6,28 \times 60 \times 6 = 2.260,8 \text{ ohms}$$

$$XL3 = 2\pi fL3 = 6,28 \times 60 \times 3 = 1.130,4 \text{ ohms}$$

$$2\pi fL4 = 6,28 \times 60 \times 2 = 753,6 \text{ ohms}$$

d) calculando as correntes em cada indutor

$$I(L2) = 30 / 2.260,8 = 13,28mA$$

$$I(L3) = 30 / 1.130,4 = 26,54mA$$

$$I(L4) = 30 / 753,6 = 39,81mA$$

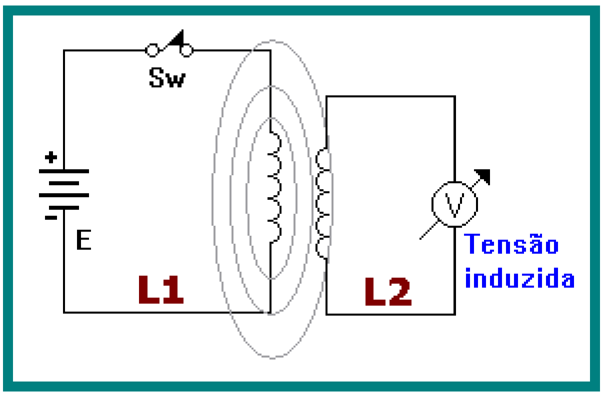
INDUÇÃO / INDUTÂNCIA MÚTUA

O campo magnético gerado pela passagem da corrente em uma bobina poderá ser compartilhado com outra bobina ou indutor que estiver nas proximidades.

Assim, essa interação entre as bobinas, enrolamentos ou indutores, vai depender da posição relativa entre os elementos.

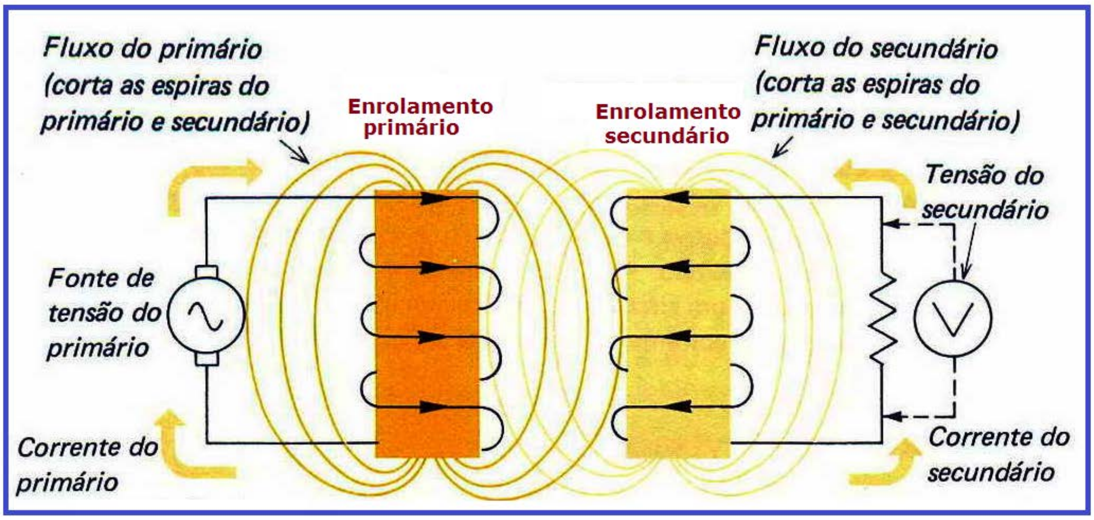
A indução de uma *fem* numa bobina ou condutor proveniente de outra bobina é denominada *indução mútua*.

Se tivermos duas bobinas próximas, a bobina em que se gera o fluxo magnético é denominada *bobina primária* e a bobina que recebe o fluxo magnético é denominada *bobina secundária*.



As bobinas L1 e L2 estão posicionadas de tal forma a se interagirem mutuamente. A bobina L1 induzirá uma tensão na bobina L2 somente quando houver uma variação de fluxo magnético, ou seja, quando Sw fechar ou abrir.

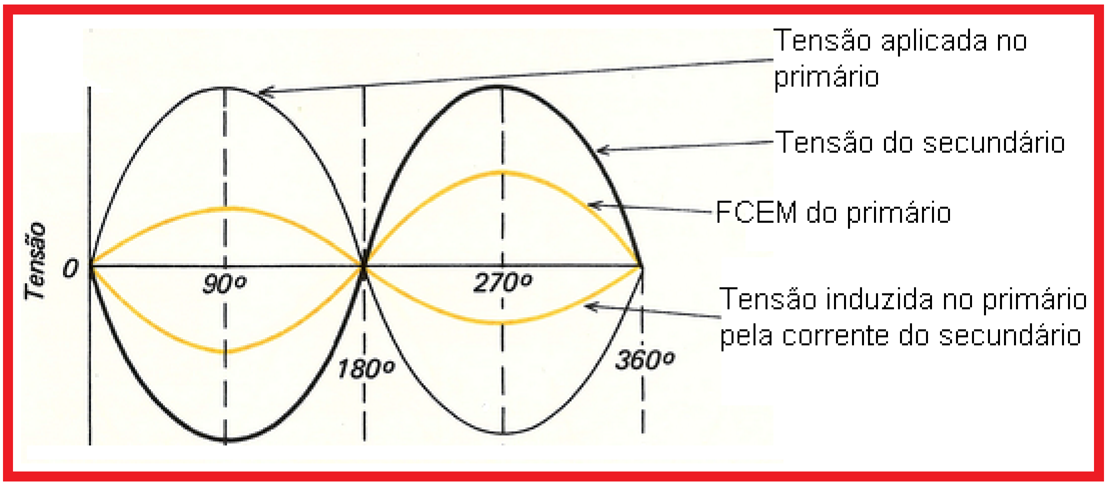
L1 é a bobina primária e L2 é a bobina secundária. Esse é o princípio básico do funcionamento de um transformador, com base na *indução mútua*.



Como somente ocorre a transferência de energia do enrolamento primário para o enrolamento secundário enquanto o campo magnético estiver variando, conclui-se que o transformador é um dispositivo projetado para funcionar em AC.

Uma tensão é induzida do primário para o secundário, suja magnitude depende da relação de espiras entre o enrolamento primário e secundário.

Quando uma carga é ligada no secundário, teremos uma corrente no secundário que é oposta à corrente do primário.

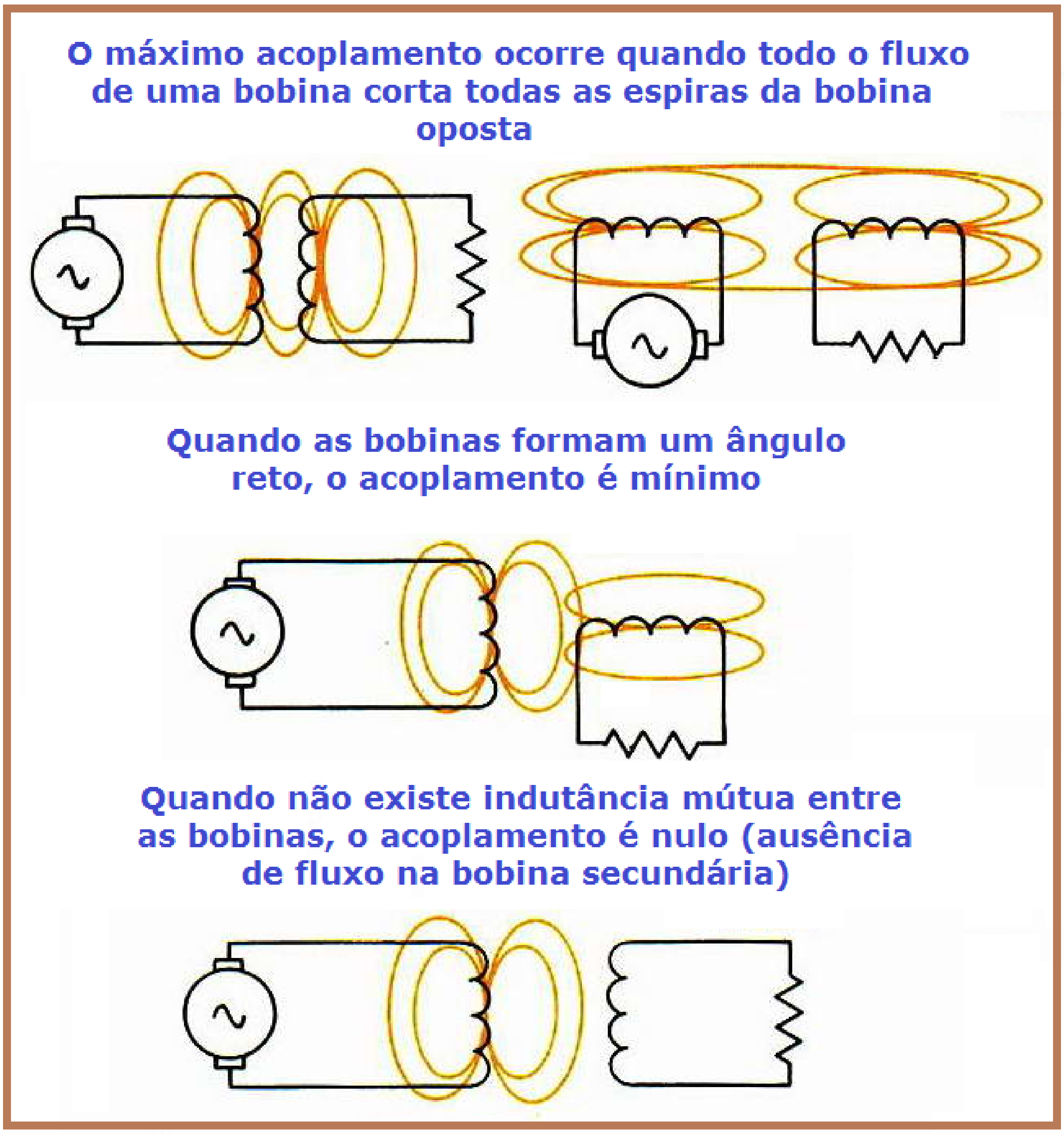


A corrente no primário e secundário sendo opostas estarão defasadas 180 graus entre si. Lembrar que somente haverá corrente no secundário na presença de uma carga.

A indutância mútua entre duas ou mais bobinas depende do posicionamento relativo entre elas e das condições de permeabilidade em que se encontram, como por exemplo, o ar, ferro ou outro material qualquer.

De qualquer forma é preciso que fique bem claro que para um acoplamento máximo deve ocorrer uma indutância mútua, ou seja, todo o fluxo de uma bobina deve estar presente na bobina oposta.

A essa ação denominamos de *acoplamento máximo*, sendo igual a 1. Nestas condições todas as linhas de fluxo de cada bobina se concatenam e nenhuma linha de fluxo é perdida.



Quando durante o processo algumas linhas de fluxo se perderem, o **coeficiente de acoplamento** passa a ser menor do que 1.

Não havendo indutância entre as bobinas esse coeficiente será nulo.

Existem três formas de definir o tipo de acoplamento quanto ao *coeficiente de acoplamento*:

1. Quanto o coeficiente de acoplamento for muito próximo de 1, dizemos que o acoplamento é do tipo “fechado”.

2. Quando o coeficiente de acoplamento for muito menor do que 1, dizemos que o acoplamento é do tipo “livre”.

3. A linha divisória entre o acoplamento fechado e o acoplamento livre é denominado acoplamento “crítico”.

O coeficiente de acoplamento entre duas bobinas é dado pela equação:

$$M = k\sqrt{L1 \times L2}$$

M = indutância total das bobinas acopladas mutuamente, em henrys
L1 e L2 = indutâncias individuais de cada bobina, em henrys
K = coeficiente de acoplamento