ÁLGEBRA DE BOOLE – Operações Fundamentais, Autoavaliação, Indução Perfeita e Simulação

OBJETIVOS:
a) Conhecer na prática os principais fundamentos da álgebra de Boole;
b) Comprovar na prática os teoremas de De Morgan.

INTRODUÇÃO TEÓRICA

A álgebra de Boole foi desenvolvida pelo matemático George Boole (1.815-1.864) para tratar de problemas de *lógica* e *raciocínio* com afirmativas do tipo verdadeiro-falso.

Essa álgebra permaneceu como parte da matemática pura até sua aplicação prática em circuitos de chaveamento por Claude Shanon em 1.938. Atualmente a álgebra de Boole é largamente utilizada em telefonia, circuitos de chaveamento e sistemas digitais.

O conhecimento dos seus fundamentos é essencial em eletrônica digital.

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS:
As três operações fundamentais na álgebra de Boole são: *complementação* (inversão), *multiplicação* (AND) e *adição* (OR), executadas em sistemas digitais por inversores, portas AND e portas OR respectivamente.

A tabela abaixo apresenta um resumo das regras de operação de inversão, AND e OR.

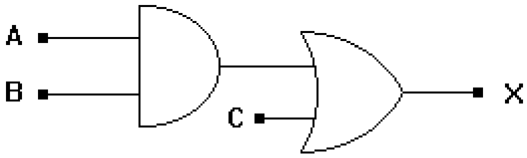
TABELA 1

INVERSÃO	AND (multiplicação)	OR (adição)
$\overline{0} = 1$	0.0 = 0	0+0 = 0
$\overline{1} = 0$	0.1 = 0	0+1 = 1
	1.0 = 0	1+0 = 1
	1.1 = 1	1+1 = 1

Essas regras simplesmente descrevem como cada uma das três funções lógicas funciona e podem portanto, serem usadas para determinar o estado de saída de um circuito lógico conforme as condições de entradas do circuito.

Como um exemplo, a *expressão lógica* ou *expressão booleana* para o circuito digital a seguir é: X = (A.B) + C.

CIRCUITO 1



O valor da saída X quando A = 0, B = 1 e C = 1 pode ser determinado usando-se os fundamentos de Boole, conforme se demonstra: X = (A.B) + C = (0.1) + 1 = 1.

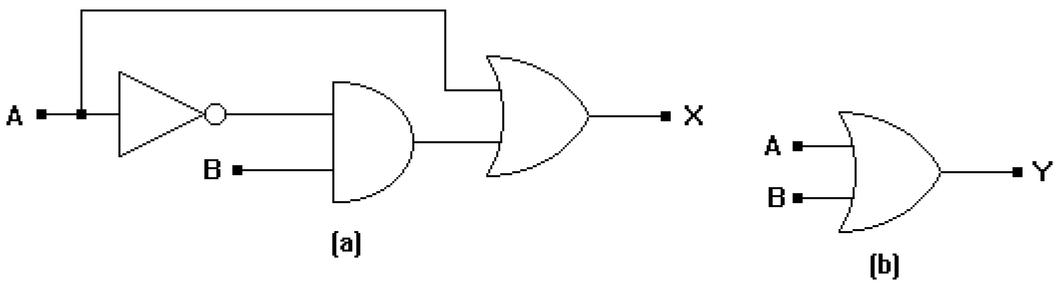
De modo similar, a saída X pode ser determinada para qualquer conjunto de valores digitais na entrada.

INDUÇÃO PERFEITA:

As três operações fundamentais também podem ser usadas para provar ou não a equivalência de dois circuitos lógicos por meio de uma técnica conhecida como *prova por indução perfeita.* O método envolve simplesmente a construção de uma tabela da verdade para cada circuito lógico. Depois comparamos cada tabela da verdade para verificar se as saídas dos circuitos são idênticas para idênticas entradas.

Veja o exemplo abaixo:

CIRCUITOS 2a e 2b



Em (a), as duas entradas da porta AND são $\overline{A}$ e B, portanto, a saída é $\overline{A}B$. Mas a saída da porta OR é: $X = A + \overline{A}B$, que é a expressão booleana do circuito.

A expressão booleana da porta OR em (b) é: $Y = A + B$

Na tabela da verdade mostrada a seguir, todas as quatro entradas possíveis são aplicadas e as saídas das portas para cada entrada é determinada usando as operações fundamentais.

A	B	$\overline{A}$	$\overline{A}B$	$X = A + \overline{A}B$	$Y = A + B$
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1

Podemos notar claramente que as colunas para as saídas X e Y são idênticas. Isto prova a equivalência dos dois circuitos lógicos (2a e 2b) pelo método da indução perfeita.

Como os dois circuitos se equivalem, eles podem ser usados indistintamente, porém o circuito 2b provavelmente será preferido, pois sua implementação necessita apenas de uma porta lógica.

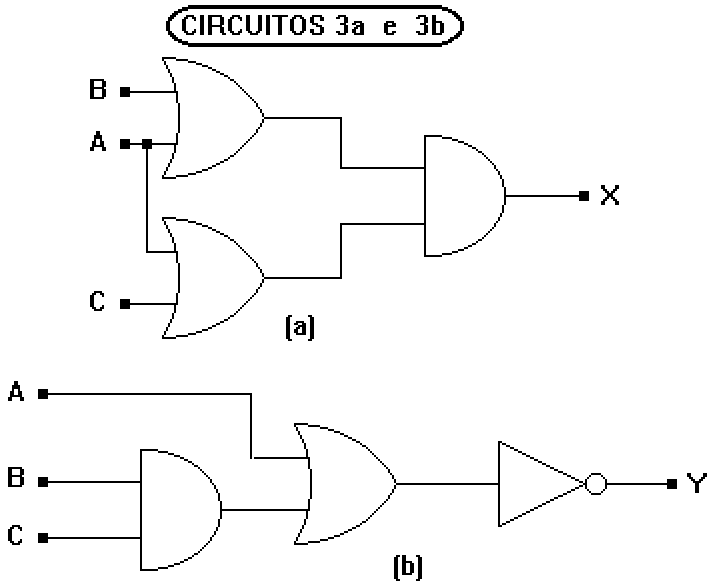
AUTOAVALIAÇÃO:

1 - Escreva a expressão booleana (expressão lógica) para uma porta OR de 3 entradas (X), para uma porta AND de 3 entradas (Y) e para um inversor (Z).

2 - Determine a saída X para o circuito 1, quando:

a) A = 1, B = 1, C = 0 _________________
b) A = 1, B = 0, C = 1 _________________

3 - Use o método da indução perfeita para determinar a equivalência dos circuitos 3a e 3b abaixo.



C	B	A	X	Y
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Escreva as expressões booleanas para X e Y:
X = _________________________________

Y = ________________________________

PARTE PRÁTICA

MATERIAIS NECESSÁRIOS
1- CI 7404
1- CI 7410
1- CI 7411
1 - CI 7427
1- CI 7432
1- Multímetro analógico ou digital
1- Treinador lógico

1- Monte o circuito lógico 1. Use 0 = 0Vcc e 1 = +5Vcc e preencha a tabela 1 com os valores medidos na saída do circuito.

Procedimento: Ligue as entradas A, B e C nas chaves "programas" A, B e C do treinador lógico e a saída X em NL1. Proceda de forma idêntica para os próximos circuitos, ou seja, interligue sempre as entradas nas chaves "programas" e a saída nas saídas que monitoram os níveis lógicos no treinador lógico.

Tabela 1

A	0	+5	0	+5	0	+5	0	+5
B	0	0	+5	+5	0	0	+5	+5
C	0	0	0	0	+5	+5	+5	+5
X								

2- Monte os circuitos lógicos 2a. e 2b. Use 0 = 0Vcc e 1 = 5Vcc e complete a tabela 2 com os valores medidos na saída de cada circuito:

Tabela 2

A	B	$X = A + \overline{A}B$	$Y = A + B$
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

Complete a coluna Y = A + B (correspondente ao circuito 2b) e responda: os circuitos 2a. e 2b. são equivalentes? (justifique)

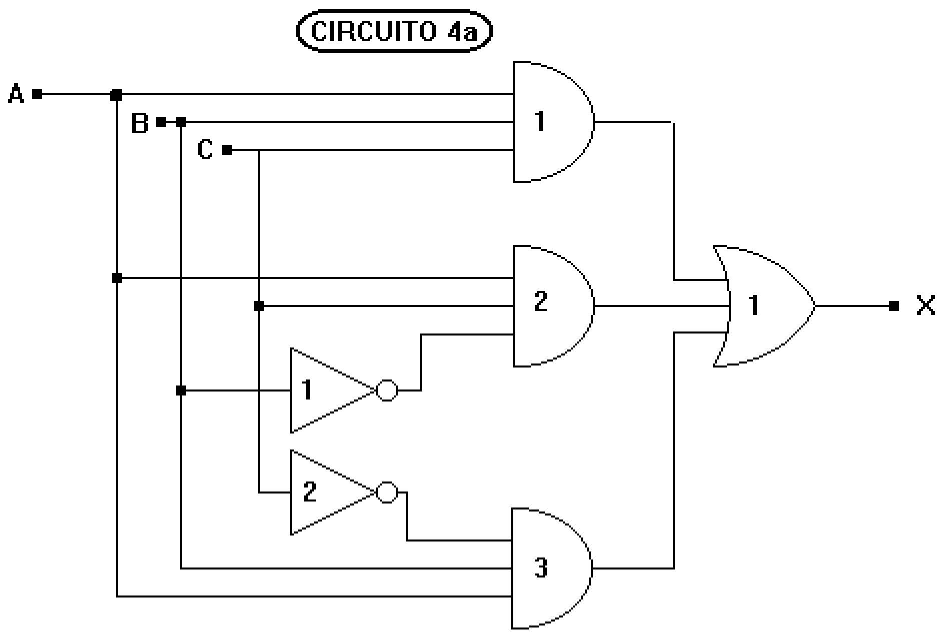
3- Monte o circuito lógico 3a. Use 0 = 0Vcc e 1 = +5Vcc. Use os valores medidos na saída para completar o valor de X na tabela 3:

Tabela 3

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
X								
Y								

Em seguida, monte o circuito 3b e anote os valores medidos na saída Y. Compare os resultados com o item 3 da autoavaliação e apresente conclusões.

4- Monte o circuito lógico 4a. Use 0 = 0Vcc e 1 = +5Vcc. Anote os níveis de tensão na saída e complete os valores de X na tabela 4. Repita esse procedimento com o circuito 4b, anotando os valores de Y. Pelo método da indução perfeita, os circuitos são equivalentes?



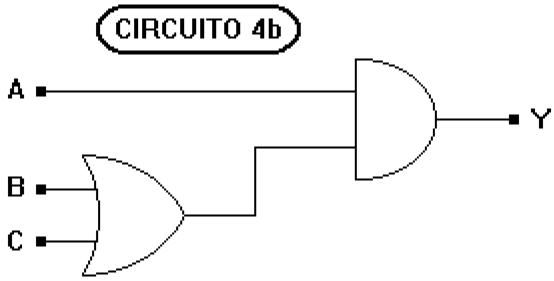


Tabela 4

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
X								
Y								

QUESTÕES:

1- Escreva a expressão booleana para a porta AND 2 do circuito 4a e determine sua saída para as seguintes entradas:

A = 1, B = 0 e C = 1

____

____

2- Escreva a expressão booleana para a saída X do circuito 4a e saída Y do circuito 4b.

____

____

3- Faça um breve comentário utilizando os resultados obtidos no problema 3 da autoavaliação e o item 3 dos procedimentos a respeito da equivalência dos circuitos 3a e 3b.

____

____

____

____

4- Use o método da indução perfeita para provar ou não a equivalência de:

$$X = ABC + AB\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}C$$

$$Y = AB + C$$

RESPOSTAS DA AUTO-AVALIAÇÃO

1 - $X = A + B + C$ $Y = ABC$ $Z = \overline{A}$

2 - (a) $X = 1$ (b) $X = 1$

3 - Não são equivalentes

$X = (A + B)(A + C)$

$Y = \overline{A + BC}$