

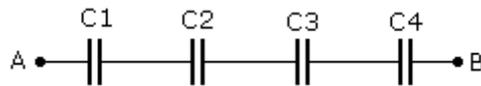
CAPACITORES

ASSOCIAÇÃO - CARGA - TENSÃO DE TRABALHO

A exemplo dos resistores, os capacitores podem ser associados para a obtenção de valores desejados.

ASSOCIAÇÃO SÉRIE:

Na associação série de capacitores, a capacitância equivalente (C_T) é menor do que o menor valor de capacitância associada ao circuito.



$$C_{TAB} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}} \rightarrow \frac{1}{C_{TAB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$$

Supondo:

$$C_1 = 1\mu\text{F}$$

$$C_2 = 2\mu\text{F}$$

$$C_3 = 4\mu\text{F}$$

$$C_4 = 5\mu\text{F}$$

A capacitância total deverá ser menor do que C_1 , que é o menor capacitor associado ao circuito.

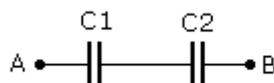
Resolvendo:

$$\frac{1}{C_{TAB}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \rightarrow \text{mmc} = 20$$

$$\frac{1}{C_{TAB}} = \frac{20 + 10 + 5 + 4}{20} = \frac{39}{20}$$

$$C_{TAB} = \frac{20}{39} = 0,513\mu\text{F}$$

Para dois capacitores podemos usar a fórmula *produto dividido pela soma*.



$$C_{TAB} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Supondo:

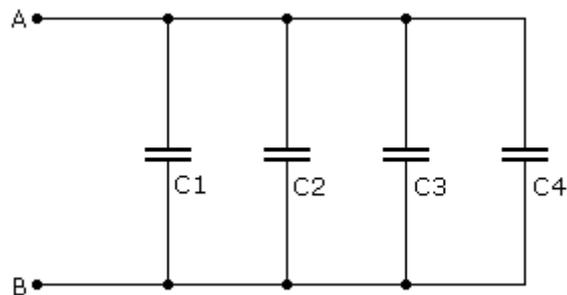
$$C1 = 3\mu\text{F}$$

$$C2 = 6\mu\text{F}$$

$$C_{T_{AB}} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2\mu\text{F}$$

ASSOCIAÇÃO PARALELA:

A capacitância total (CT) de uma associação paralela resulta na soma de todas as capacitâncias do circuito. Neste caso, a CT será sempre maior do que o maior valor de capacitância associada ao circuito.



$$C_{T_{AB}} = C1 + C2 + C3 + C4$$

Supondo:

$$C1 = 1\mu\text{F}$$

$$C2 = 2\mu\text{F}$$

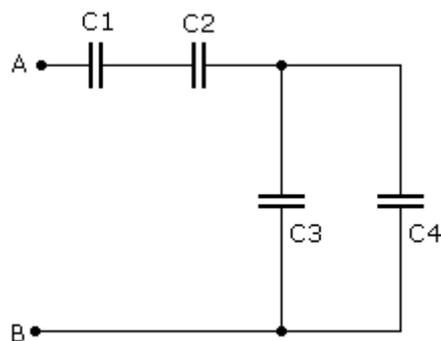
$$C3 = 4\mu\text{F}$$

$$C4 = 5\mu\text{F}$$

$$C_{T_{AB}} = 1 + 2 + 4 + 5 = 12\mu\text{F}$$

ASSOCIAÇÃO MISTA (SÉRIE-PARALELA):

Embora sua resolução seja mais trabalhosa, não há dificuldade nenhuma para sua resolução desde que sejam respeitados os critérios de resolução e seu fundamento teórico.



No circuito acima C1 está em série com C2 e C3 está em paralelo com C4.
Então:

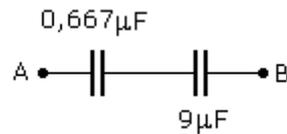
$$C_{T_{AB}} = (C1 \text{ em série com } C2) \text{ em série com } (C3 \text{ em paralelo com } C4)$$

Supondo:

$C_1 = 1\mu\text{F}$
 $C_2 = 2\mu\text{F}$
 $C_3 = 4\mu\text{F}$
 $C_4 = 5\mu\text{F}$

Resolvendo C_1 em série com $C_2 \rightarrow \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} = \frac{2}{3} = 0,667\mu\text{F}$

Resolvendo C_3 em paralelo com $C_4 \rightarrow C_3 + C_4 = 4 + 5 = 9\mu\text{F}$



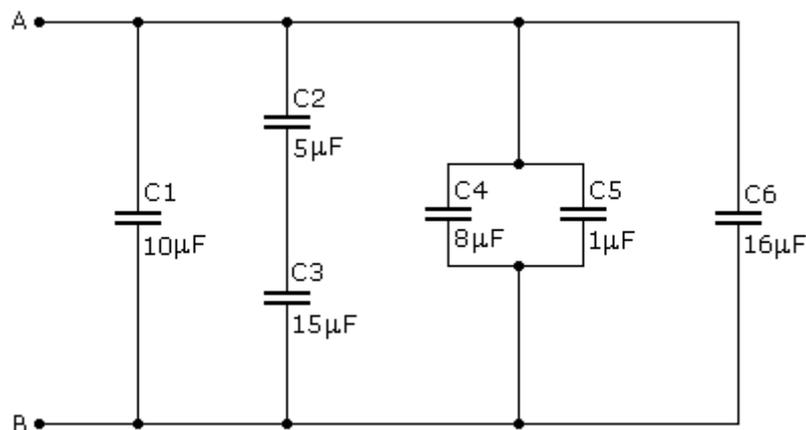
Resolvendo a associação série entre $0,667\mu\text{F}$ e $9\mu\text{F}$:

$$\frac{0,667 \cdot 9}{0,667 + 9} = \frac{6,003}{9,667} = 0,621\mu\text{F}$$

$$C_{TAB} = 0,621\mu\text{F}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO:

Calcule a C_T entre os pontos A e B:



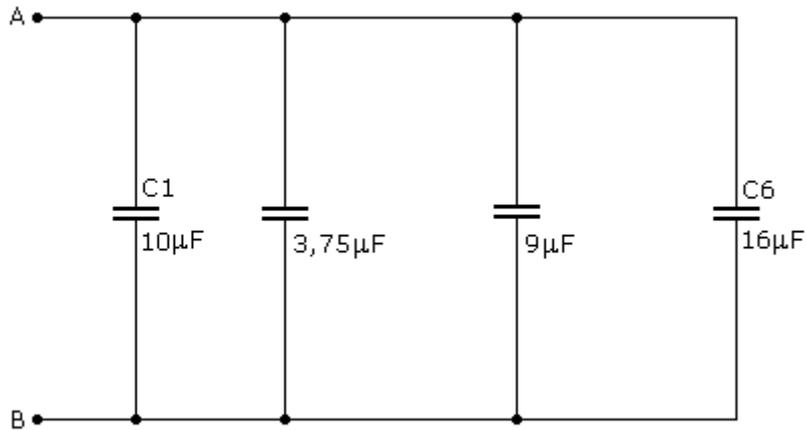
Resolvendo a associação C_2 em série com C_3 :

$$C_T = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = \frac{75}{20} = 3,75\mu\text{F}$$

Resolvendo a associação C_4 em paralelo com C_5 :

$$C_T = C_4 + C_5 = 8 + 1 = 9\mu\text{F}$$

Teremos então o circuito equivalente mostrado abaixo, onde tudo fica em paralelo:



Calculando a C_T :

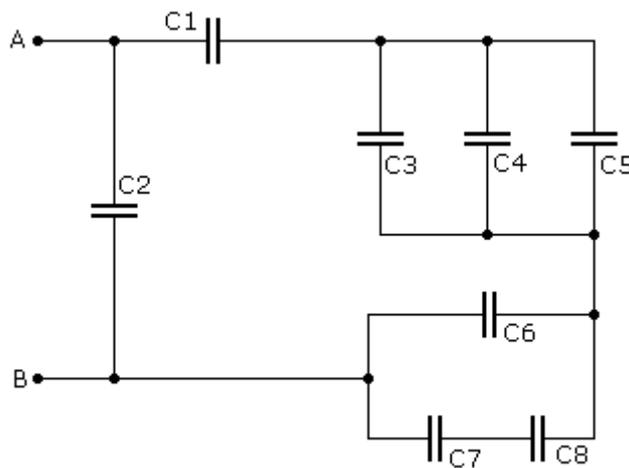
$$C_{T_{AB}} = 10 + 3,75 + 9 + 16 = 38,75\mu\text{F}$$

Observe que os procedimentos matemáticos para a resolução de associação de capacitores, são opostos aos procedimentos adotados para a resolução de associação de resistores.

Resumindo: o procedimento para a resolução da associação série de capacitores, assemelha-se ao procedimento para a associação paralela de resistores e o procedimento para a resolução de associação paralela de capacitores, assemelha-se ao procedimento para a associação série de resistores.

EXERCÍCIO RESOLVIDO:

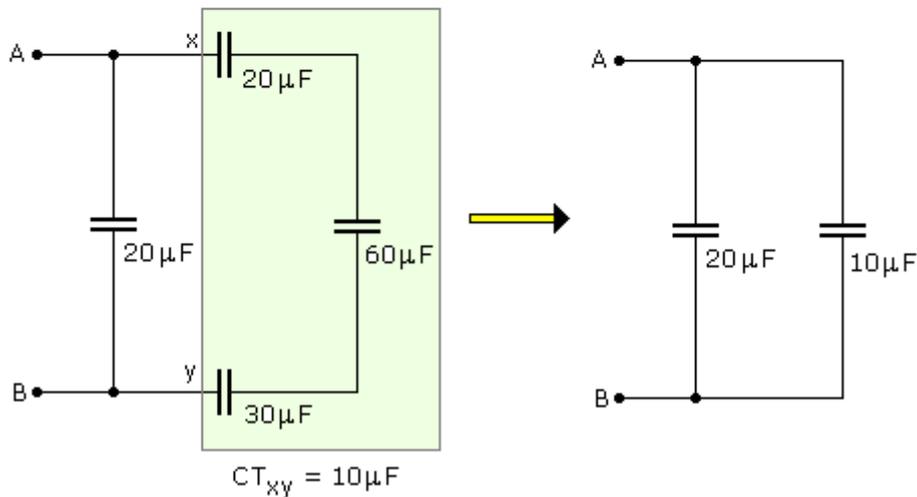
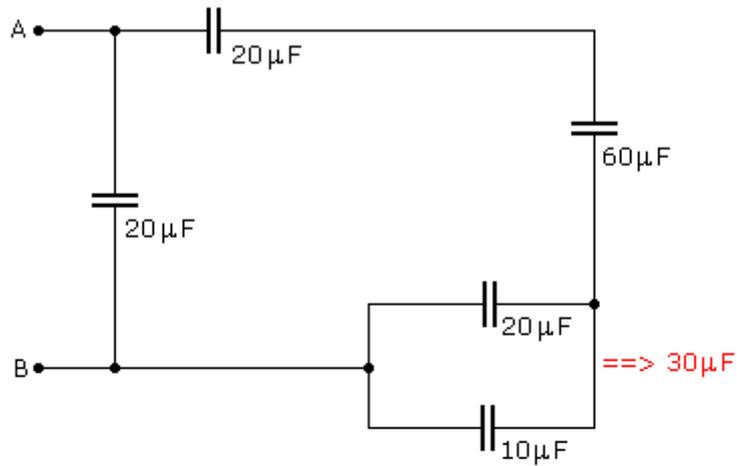
No circuito abaixo, todos os capacitores são de $20\mu\text{F}$. Calcule a capacitância total entre os pontos A e B.



$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C_8 = 20\mu\text{F}$$

C_3, C_4 e C_5 em paralelo = $20 \cdot 3 = 60\mu\text{F}$

C_7 em série com $C_8 = 10\mu\text{F}$



Calculando a CT_{xy}

$$\frac{1}{CT_{xy}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} + \frac{1}{30} \rightarrow \text{mmc} = 60$$

$$\frac{1}{CT_{xy}} = \frac{3+1+2}{60} = \frac{6}{60}$$

$$CT_{xy} = \frac{60}{6} = 10\mu F$$

Isto resulta do circuito final onde temos $20\mu F$ em paralelo com $10\mu F$

$$CT_{AB} = 30\mu F$$

CARGA EM UM CAPACITOR

A quantidade de carga armazenada na placa de um capacitor é diretamente proporcional à diferença de potencial entre as placas. O quociente entre carga (Q) e diferença de potencial (U ou V) é então uma constante para um determinado capacitor e recebe o nome de capacitância (C).

Quando o capacitor possui um isolante elétrico entre suas placas, sua capacitância aumenta. Este isolante dificulta a passagem das cargas de uma placa a outra, o que descarregaria o capacitor. Dessa forma, para uma mesma diferença de potencial, o capacitor pode armazenar uma quantidade maior de carga.

A fórmula para determinar a quantidade de carga armazenada por um capacitor é:

$$Q = C.V$$

Q = carga adquirida em coulomb (C)¹

C = capacitância em farad (F)²

V ou U = tensão em volts

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

TENSÃO DE TRABALHO

Como vimos anteriormente, ao se aplicar uma diferença de potencial entre as armaduras ou placas de um capacitor este adquire uma carga, proporcional a sua capacitância.

No entanto, existe uma limitação de tensão a ser aplicada entre as placas, limitações estas impostas principalmente pelo tipo de dielétrico utilizado.

O dielétrico faz a função de isolante entre as placas.

A carga adquirida por um capacitor bem como sua limitação de tensão de trabalho (máxima tensão a ser aplicada nas armaduras ou placas), varia da forma como ele está ligado ao circuito.

Assim, o comportamento de carga e tensão de trabalho são diferenciadas nas associações série e paralela.

CARGA E TENSÃO DE TRABALHO EM UMA ASSOCIAÇÃO PARALELA:

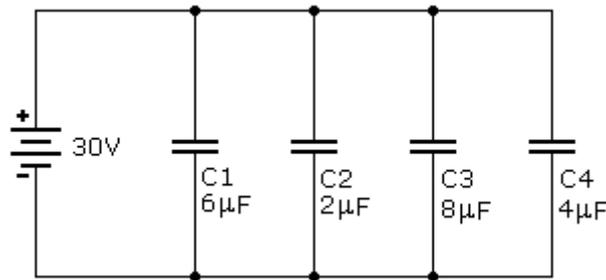
Tomemos como exemplo o circuito abaixo.

- 1) calcule a carga armazenada em cada capacitor;
- 2) calcule a carga armazenada pelo circuito;
- 3) determine qual deve ser a tensão de trabalho dos mesmos.

¹ O **coulomb** (símbolo: C) é a unidade de carga elétrica pelo Sistema Internacional (SI). É uma unidade composta definida a partir do ampère:

1 coulomb é a quantidade de carga elétrica carregada pela corrente de 1 ampère durante 1 segundo. Seu nome vem do nome do físico francês **Charles de Coulomb** (1736-1806).

² O **farad** (símbolo F) é a unidade SI de capacitância elétrica. Seu nome foi dado em homenagem ao cientista britânico **Michael Faraday** (1791 — 1867).



Como se trata de uma associação paralela de capacitores, temos a mesma ddp aplicada em seus terminais. Logo a tensão de trabalho mínima para cada um dos capacitores é de 30V.

Utilizando a fórmula: $Q = C.V$ podemos calcular a carga adquirida por capacitor:

$$\begin{aligned} QC1 &= 6\mu\text{F} \cdot 30\text{V} = 180\mu\text{C} \\ QC2 &= 2\mu\text{F} \cdot 30\text{V} = 60\mu\text{C} \\ QC3 &= 8\mu\text{F} \cdot 30\text{V} = 240\mu\text{C} \\ QC4 &= 4\mu\text{F} \cdot 30\text{V} = 120\mu\text{C} \end{aligned}$$

Na associação paralela as cargas adquiridas pelos capacitores são proporcionais a sua capacitância.

A carga total da associação é a soma das cargas individuais dos capacitores:

$$QT = QC1 + QC2 + QC3 + QC4 = \mathbf{600\mu\text{C}}$$

Ou: $QT = CT \cdot V$

$$CT = C1 + C2 + C3 + C4 = 20\mu\text{F}$$

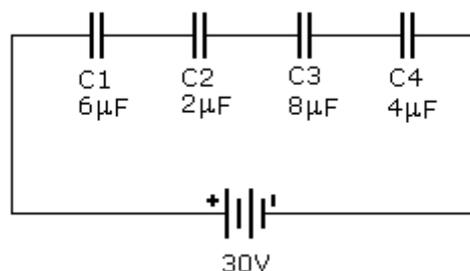
$$QT = 20\mu\text{F} \cdot 30\text{V} = \mathbf{600\mu\text{C}}$$

CARGA E TENSÃO DE TRABALHO EM UMA ASSOCIAÇÃO SÉRIE:

Em uma associação série de capacitores a relação carga e tensão de trabalho é completamente diferente comparada a associação paralela.

Tomemos como exemplo o circuito abaixo:

- 1) calcule a carga armazenada em cada capacitor;
- 2) calcule a carga armazenada pelo circuito;
- 3) determine qual deve ser a tensão de trabalho dos mesmos.



→ CALCULANDO A CT:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \text{ mmc} = 24$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{4 + 12 + 3 + 6}{24} = \frac{25}{24} \rightarrow C_T = \frac{24}{25} = 0,96\mu\text{F}$$

$$\mathbf{C_T = 0,96\mu\text{F}}$$

→ CALCULANDO A CARGA NOS CAPACITORES:

Uma característica importante na associação série de capacitores, é que a carga é sempre igual para todos os capacitores.

A carga nos capacitores é dada por: $Q_T = C_T \cdot V$

Então cada capacitor se carregará com: $0,96\mu\text{F} \cdot 30\text{V} = \mathbf{28,8\mu\text{C}}$

ONDE 28,8μC É A CARGA TOTAL DA ASSOCIAÇÃO

→ CALCULANDO A TENSÃO EM CADA CAPACITOR:

A tensão em cada capacitor é calculada pela fórmula: $V = \frac{Q_T}{C}$

Na associação série de capacitores, cada capacitor adquire a mesma carga que é correspondente a carga total da associação.

$$V_{C1} = \frac{Q_T}{C_1} = \frac{28,8\mu\text{C}}{6\mu\text{F}} = 4,8\text{V}$$

$$V_{C2} = \frac{Q_T}{C_2} = \frac{28,8\mu\text{C}}{2\mu\text{F}} = 14,4\text{V}$$

$$V_{C3} = \frac{Q_T}{C_3} = \frac{28,8\mu\text{C}}{8\mu\text{F}} = 3,6\text{V}$$

$$V_{C4} = \frac{Q_T}{C_4} = \frac{28,8\mu\text{C}}{4\mu\text{F}} = 7,2\text{V}$$

Somando as tensões em cada capacitor, temos a tensão aplicada ao circuito:

$$V_{C1} + V_{C2} + V_{C3} + V_{C4} = 4,8 + 14,4 + 3,6 + 7,2 = 30\text{V}$$

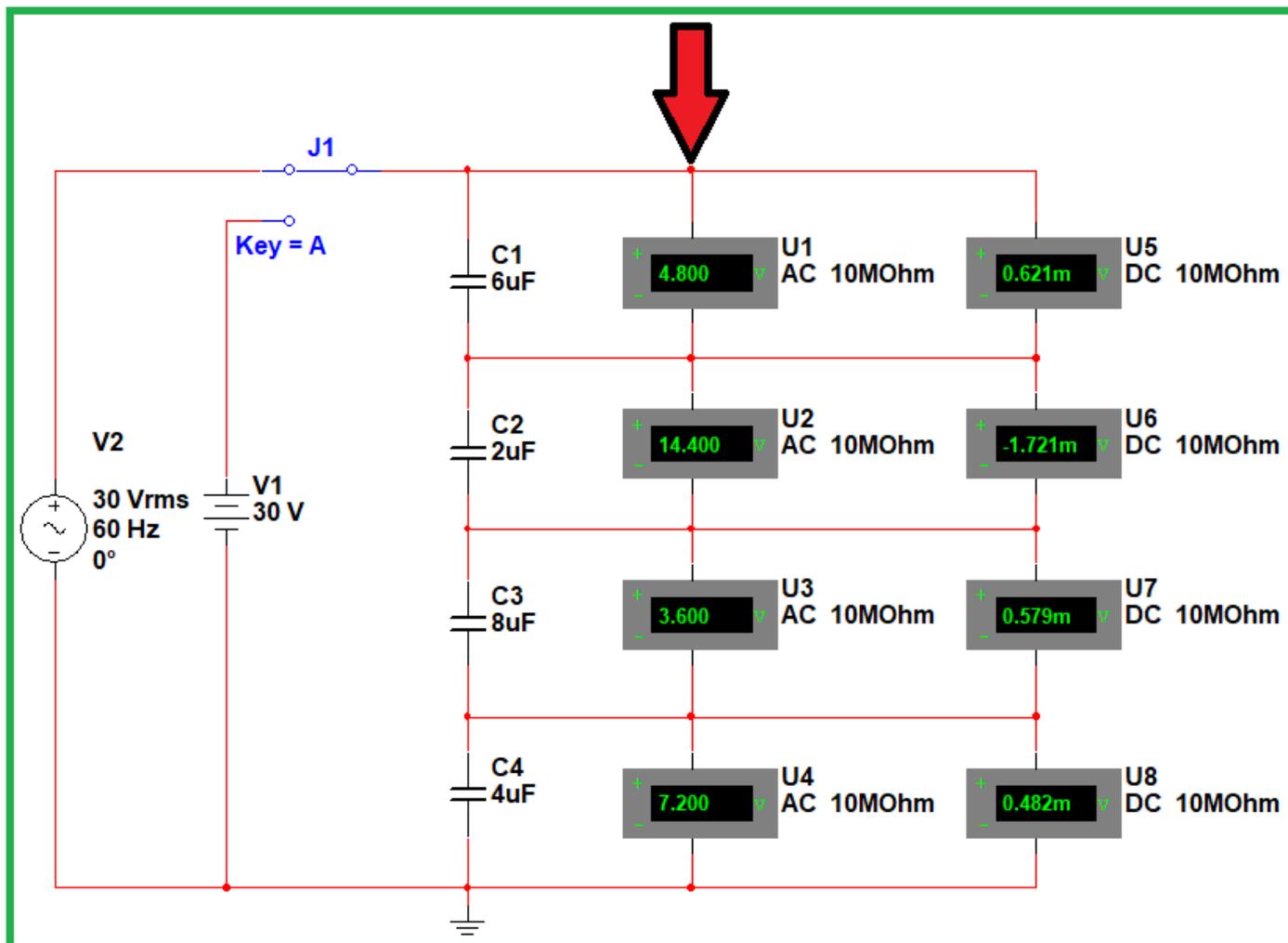
→ TENSÃO DE TRABALHO DOS CAPACITORES:

Numa associação série de capacitores, o capacitor de menor capacitância será submetido a maior tensão.

Observe no exercício resolvido que o capacitor C2, que tem o menor valor de capacitância na associação, está sendo submetido a maior tensão entre as suas armaduras.

A tensão de trabalho em C2 deverá ser de no mínimo 14,4V enquanto C3 que tem o maior valor de capacitância está submetido a menor tensão, no caso 3,6V.

A figura abaixo mostra a simulação da associação feita no Multisim:



Observe que a alimentação é proveniente de um gerador AC de 30V / 60Hz, onde os voltímetros (U1, U2, U3 e U4) estão configurados para medir tensão alternada (AC) e os demais configurados para medir tensão contínua (DC), daí então (U5, U6, U7 e U8), apresentarem leitura inválida.

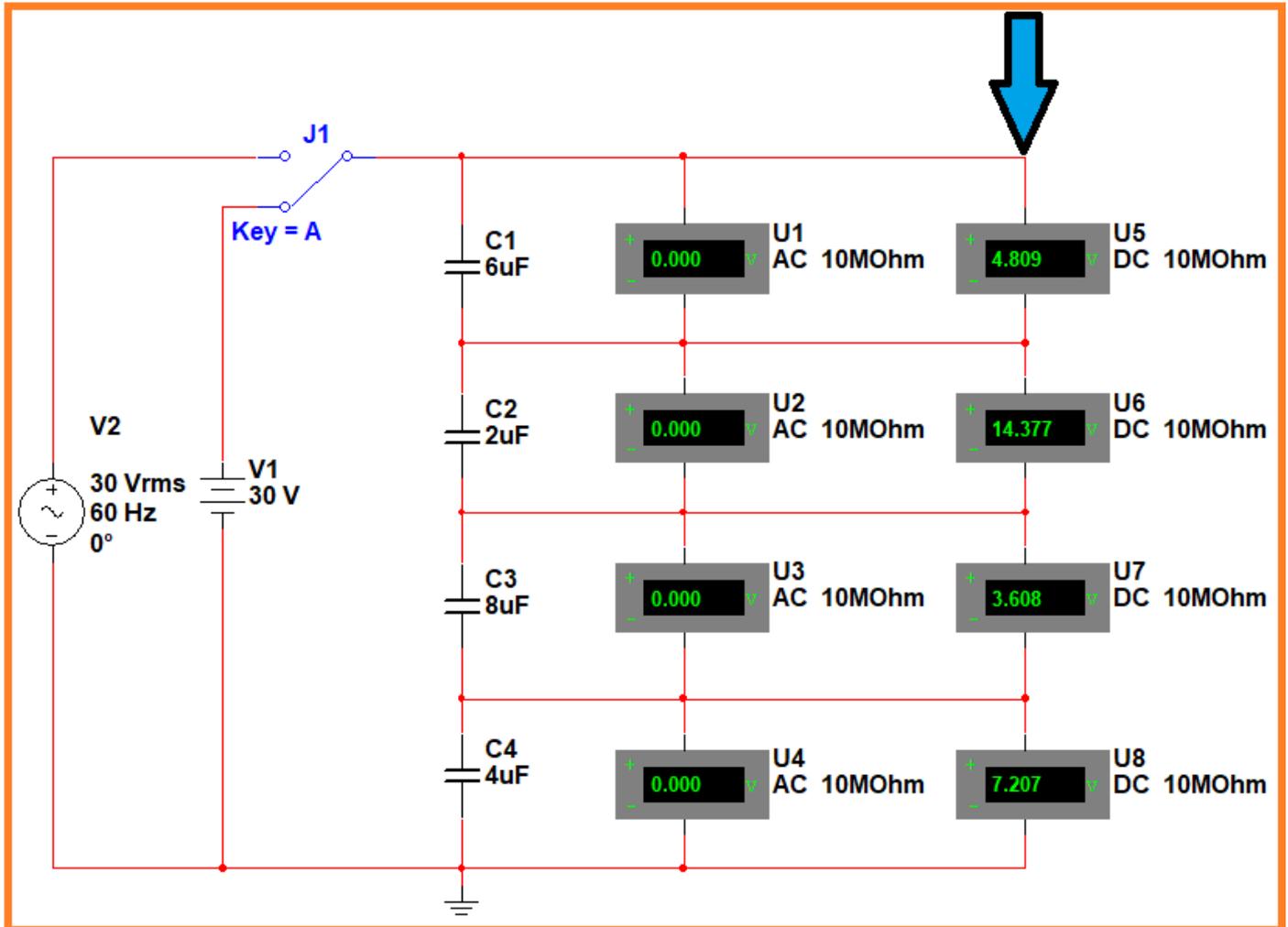
Podemos então comprovar os cálculos efetuados, onde o capacitor de menor valor de capacitância, neste caso C2, é submetido a maior tensão. O contrário ocorre com o capacitor de maior valor de capacitância (C3).

Na próxima figura temos o mesmo circuito alimentado com tensão contínua proveniente de um gerador DC de 30 volts, onde os valores lidos nos voltímetros (U5, U6, U7 e U8) é que devem ser levados em consideração, visto que, estão configurados para medir tensão contínua (DC).

A mesma condição é válida quando a associação é alimentada por tensão contínua, ou seja, o capacitor de menor valor de capacitância (C2) é submetido a maior tensão.

O contrário ocorre com o capacitor C3 que possui maior valor de capacitância.

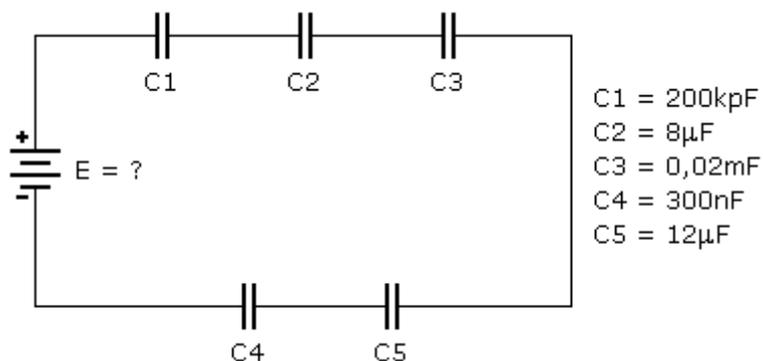
Podemos então concluir, que tanto faz se a associação é alimentada por tensão AC ou DC: "em uma associação em série de capacitores o capacitor de menor valor de capacitância deverá suportar maior tensão de trabalho".



APLICAÇÃO DE CONCEITOS NA RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO RESOLVIDO:

Dado o circuito abaixo, sabendo-se que a carga adquirida por C5 é $12\mu\text{C}$, determine o valor da tensão de entrada E.



Em uma associação série de capacitores, a carga adquirida em um capacitor, equivale a carga total.

$$\text{Assim: } Q_5 = Q_T = 12\mu\text{C}$$

Portanto, todos os capacitores estarão com carga de $12\mu\text{C}$
Convertendo os valores para μF para facilitar os cálculos:

$$C_1 = 200\text{kpF} = 0,2\mu\text{F}$$

$$C_2 = 8\mu\text{F}$$

$$C_3 = 0,02\text{mF} = 20\mu\text{F}$$

$$C_4 = 300\text{nF} = 0,3\mu\text{F}$$

$$C_5 = 12\mu\text{F}$$

Calculando as tensões nos capacitores:

$$V_{C1} = \frac{Q_T}{C_1} = \frac{12\mu\text{C}}{0,2\mu\text{F}} = 60\text{V}$$

$$V_{C2} = \frac{Q_T}{C_2} = \frac{12\mu\text{C}}{8\mu\text{F}} = 1,5\text{V}$$

$$V_{C3} = \frac{Q_T}{C_3} = \frac{12\mu\text{C}}{20\mu\text{F}} = 0,6\text{V}$$

$$V_{C4} = \frac{Q_T}{C_4} = \frac{12\mu\text{C}}{0,3\mu\text{F}} = 40\text{V}$$

$$V_{C5} = \frac{Q_T}{C_5} = \frac{12\mu\text{C}}{12\mu\text{F}} = 1\text{V}$$

Somando das tensões de cada capacitor:

$$V_{C1} + V_{C2} + V_{C3} + V_{C4} + V_{C5} = 60 + 1,5 + 0,6 + 40 + 1 = 103,1\text{V}$$

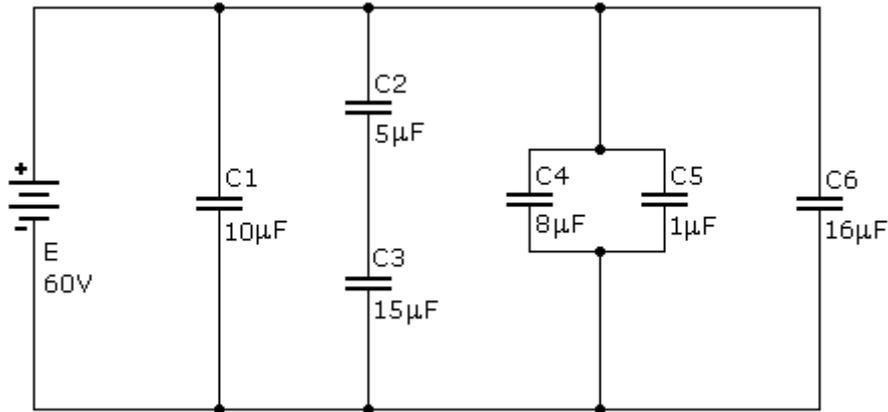
$$\mathbf{E = 103,1V}$$

Observe que o capacitor de menor capacitância do circuito é C_2 de $0,2\mu\text{F}$.

Portanto é o capacitor que deve suportar maior tensão, no caso, 60V .

EXERCÍCIO RESOLVIDO:

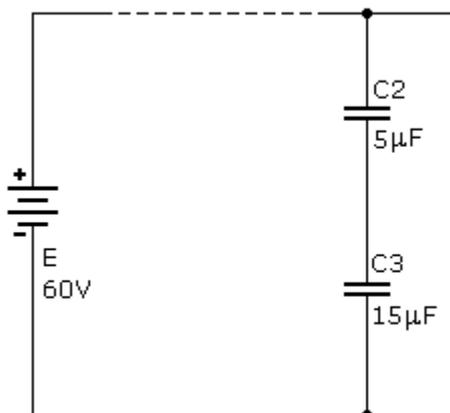
No circuito a seguir, calcule a carga adquirida pelo capacitor C_3 .



No circuito temos os seguintes ramos, que estão submetidos a uma tensão de 60V:

- 1) C1
- 2) C2 em série com C3
- 3) C4 em paralelo com C5
- 4) C6

Como nos interessa saber a carga em C3, veremos então o comportamento do ramo formado por C2 em série com C3.



$$C_T = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = \frac{15 \cdot 5}{15 + 5} = \frac{75}{20} =$$

$$\mathbf{3,75\mu F}$$

Carga adquirida por esse ramo (C2 em série com C3):

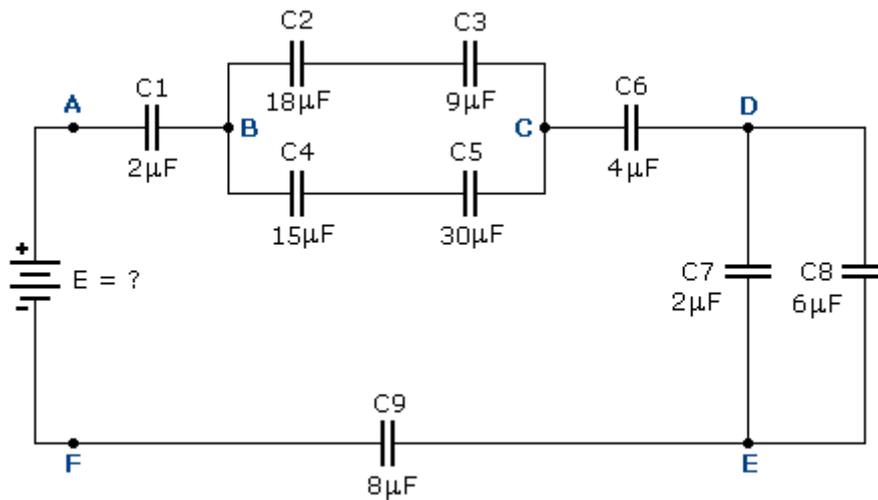
$$Q = C \cdot V = 60V \cdot 3,75\mu F = 225\mu C$$

Como C2 está em série com C3, então a carga é igual para C2 e C3, logo:

$$\mathbf{Q_3 = 225\mu C}$$

EXERÍCIO RESOLVIDO:

Sabe-se que a carga adquirida pelo capacitor C9 é de 32µC. Qual deve ser o valor da tensão de entrada E para que isso ocorra?



→ CT entre os pontos B e C

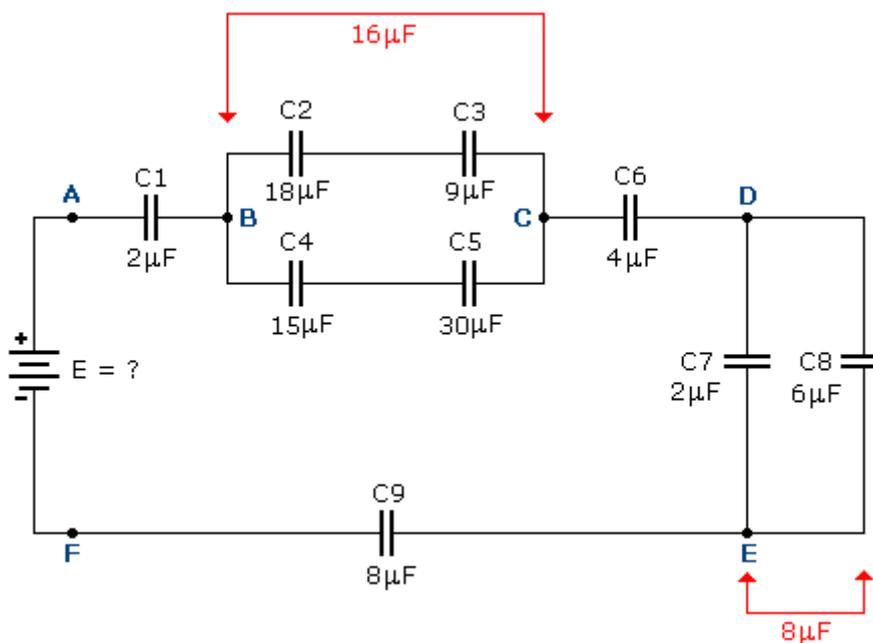
$$C2 \text{ em série com } C3 = \frac{18 \cdot 9}{18 + 9} = \frac{162}{27} = 6\mu\text{F}$$

$$C4 \text{ em série com } C5 = \frac{15 \cdot 30}{15 + 30} = \frac{450}{45} = 10\mu\text{F}$$

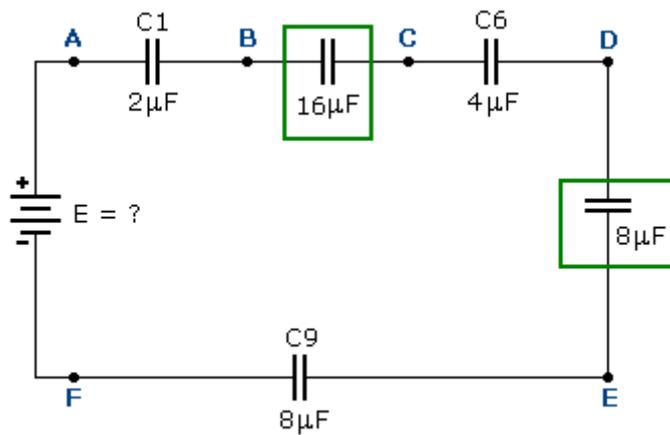
Portanto CT entre B e C = $16\mu\text{F}$ (pois os 2 ramos estão em paralelo)

→ CT entre os pontos D e E

$$C7 \text{ em paralelo com } C8 = 2\mu\text{F} + 6\mu\text{F} = 8\mu\text{F}$$



Teremos o circuito equivalente mostrado a seguir:



→ CÁLCULO DA TENSÃO DE ENTRADA "E":

O circuito equivalente final mostra que todos os capacitores estão em série.

A carga de C9 é $32\mu\text{C}$ (dado fornecido), logo todos os capacitores estarão submetidos a mesma carga. A carga em C9 é a carga total da associação (QT)

$$VC1 \text{ (pontos A e B)} = \frac{32\mu\text{C}}{2\mu\text{F}} = 16\text{V}$$

$$VC \text{ (pontos B e C)} = \frac{32\mu\text{C}}{16\mu\text{F}} = 2\text{V}$$

$$VC6 \text{ (pontos C e D)} = \frac{32\mu\text{C}}{4\mu\text{F}} = 8\text{V}$$

$$VC \text{ (pontos D e E)} = \frac{32\mu\text{C}}{8\mu\text{F}} = 4\text{V}$$

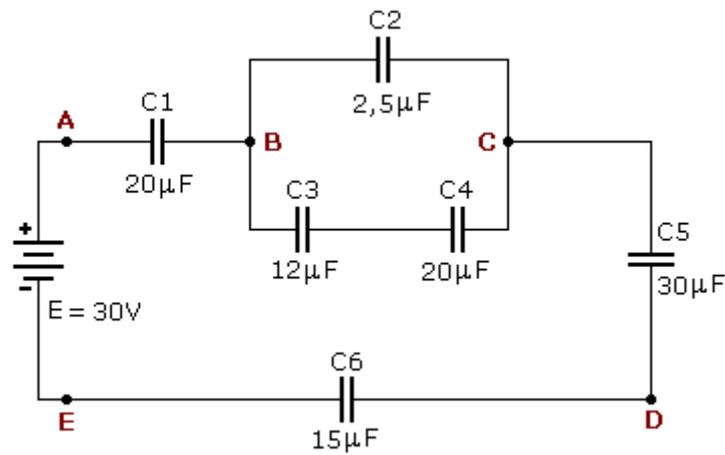
$$VC9 \text{ (pontos E e F)} = \frac{32\mu\text{C}}{8\mu\text{F}} = 4\text{V}$$

$$E = 16\text{V} + 2\text{V} + 8\text{V} + 4\text{V} + 4\text{V} = 34\text{V}$$

$$\mathbf{E = 34V}$$

EXERÍCIO RESOLVIDO:

No circuito a seguir, determine a carga adquirida pelo capacitor C3.

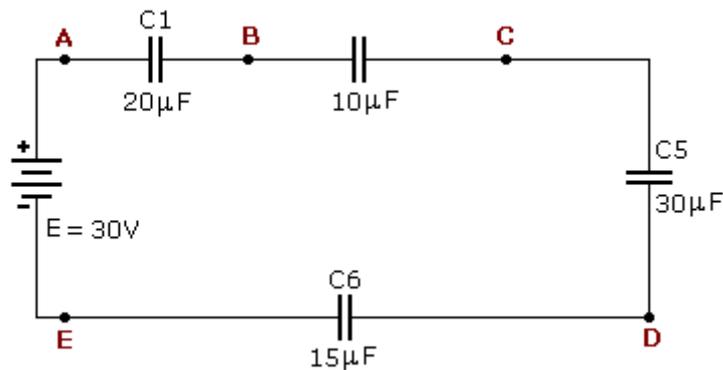


→ OTIMIZANDO O CIRCUITO:

C3 está em série com C4 que estão em paralelo com C2 (pontos B e C):

$$C_T = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} = \frac{12 \cdot 20}{12 + 20} = \frac{240}{32} = 7,5\mu\text{F}$$

C2 em paralelo com $7,5\mu\text{F} = 7,5 + 2,5 = 10\mu\text{F}$



→ CALCULANDO AS QUEDAS DE TENSÃO NOS CAPACITORES:

É necessário calcular a C_T e a Q_T

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{15} \text{ mmc} = 60$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{3 + 6 + 2 + 4}{60} = \frac{15}{60} \rightarrow C_T = \frac{60}{15} = 4\mu\text{F}$$

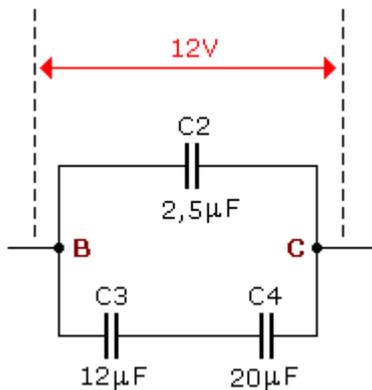
$$Q_T = 30\text{V} \cdot 4\mu\text{F} = 120\mu\text{C}$$

$$V_{C1} = \frac{Q_T}{C_1} = \frac{120\mu\text{C}}{20\mu\text{F}} = 6\text{V}$$

$$V_{C_{BC}} = \frac{Q_T}{C_{BC}} = \frac{120\mu\text{C}}{10\mu\text{F}} = 12\text{V}$$

$$VC5 = \frac{QT}{C5} = \frac{120\mu C}{30\mu F} = 4V$$

$$VC6 = \frac{QT}{C6} = \frac{120\mu C}{15\mu F} = 8V$$



$$CT \text{ (C3 em série com C4)} = 7,5\mu F$$

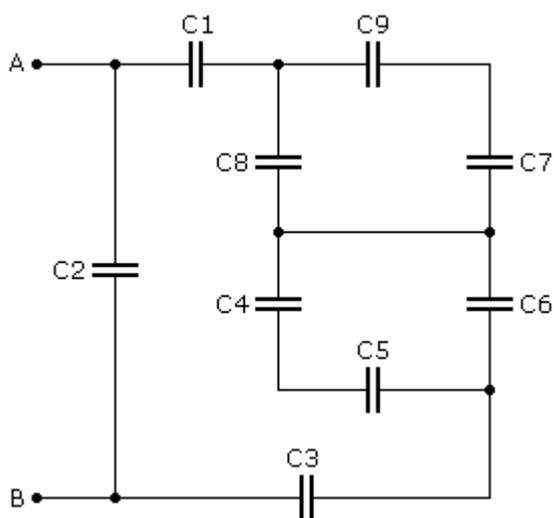
$$QT \text{ (C3 em série com C4)} = 7,5\mu F \cdot 12V = 90\mu C$$

Como C3 está em série com C4 a carga é a mesma, então a carga em C3 é $90\mu C$

$$Q3 = 90\mu C$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO:

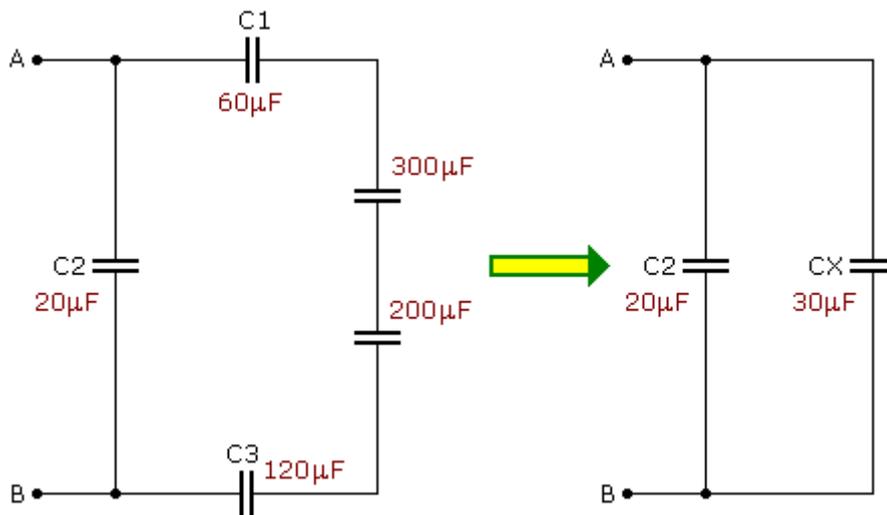
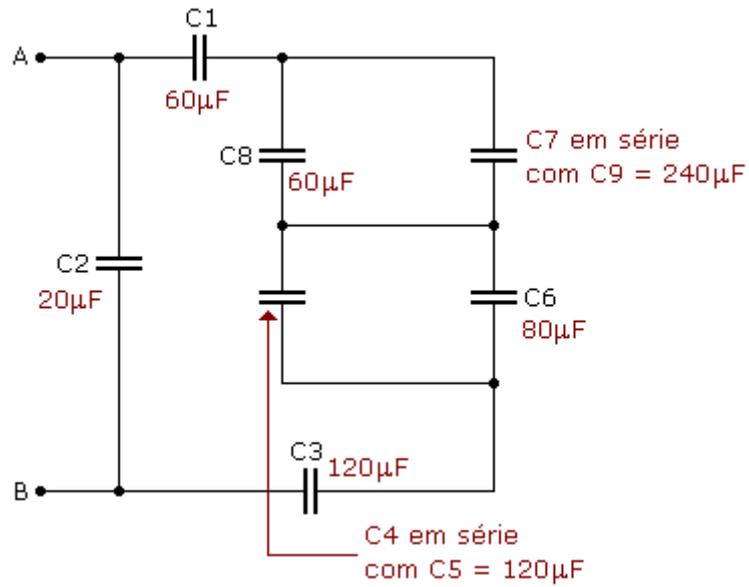
Calcule a capacitância total entre os pontos A e B:



- C1 = 0,06mF
- C2 = 20μF
- C3 = 120μF
- C4 = 200.000nF
- C5 = $3 \times 10^{-4}F$
- C6 = $0,08 \times 10^3\mu F$
- C7 = 600μF
- C8 = $60 \times 10^6\mu F$
- C9 = 0,4mF

Para facilitar os cálculos converteremos tudo para μF

- C1 = 60μF
- C2 = 20μF
- C3 = 120μF
- C4 = 200μF
- C5 = 300μF
- C6 = 80μF
- C7 = 600μF
- C8 = 60μF
- C9 = 400μF



$$\frac{1}{C_X} = \frac{1}{60} + \frac{1}{300} + \frac{1}{200} + \frac{1}{120} \quad \text{mmc} = 600$$

$$\frac{1}{C_X} = \frac{10 + 2 + 3 + 5}{600} = \frac{20}{600} \rightarrow C_X = \frac{600}{20} = 30 \mu\text{F}$$

$$C_2 \text{ em paralelo com } C_x = 20 + 30 = 50 \mu\text{F}$$

$$C_{T_{AB}} = 50 \mu\text{F}$$