REVISÃO MATEMÁTICA

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

"Frequentemente afirmo que, se pudermos medir aquilo de que falamos e exprimir por números o resultado, conhecemos algo sobre o assunto; mas se não o pudermos, nosso conhecimento é deficiente e insatisfatório; pode ser o início do conhecimento, mas, dificilmente teremos em nossos raciocínios alcançado o estágio da Ciência, qualquer que seja o assunto"

Willian Thonson, LORD KELVIN

INTRODUÇÃO:

Qualquer atividade do conhecimento humano para a sua perfeita execução, requer ferramental específico.

A Física não constitui exceção a regra. Fenômenos físicos são observados através da experiência. Sua melhor compreensão é feita através da análise de dados tabelados, gráficos e respectivas relações matemáticas.

A Matemática é pois, a ferramenta necessária no estudo da Física. Veremos adiante, que uma fórmula matemática, antes de ser assustadora num fenômeno físico, em muito ajudará na simplificação e compreensão deste.

Evidente, entretanto, que precisamos dominar com precisão a linguagem na qual vem expresso e fenômeno físico, isto é, a matemática.

O objetivo desta apostila é proporcionar uma revisão de alguns tópicos da matemática necessários a uma melhor compreensão e análise dos fenômenos da física.

Em eletricidade usa-se o sistema métrico internacional de unidades conhecido comumente por SI. A abreviação SI, assim usada também em inglês, decorre das palavras ***Système Internationale***.

As sete unidades básicas do SI, são:

comprimento - metro (m)
massa - quilograma (kg)
tempo - segundo (s)
corrente elétrica - ampère (A)
temperatura termodinâmica - kelvin (K)
intensidade luminosa - candela (cd)
quantidade de matéria - mol (mol)

Antigamente usava-se o sistema MKS, onde M representava o metro (comprimento), K o quilograma (massa) e S o segundo (tempo). As duas unidades suplementares do SI são o ângulo plano e o ângulo sólido.

As tabelas abaixo, mostram as unidades fundamentais do SI, as unidades suplementares e as unidades derivadas do SI.

Tabela 1 - Unidades Fundamentais do SI

Grandeza	**Unidade Fundamental**	**Símbolo**
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente elétrica	ampère	A
Temperatura termodinâmica [1]	kelvin	K
Intensidade luminosa	candela	cd
Quantidade de matéria	mole	mol

Tabela 2 - Unidades Suplementares do SI

Grandeza	**Unidade**	**Símbolo**
Ângulo plano	radiano	rad
Ângulo sólido	esterorradiano	sr

Tabela 3 - Unidades derivadas do SI

Grandeza	**Unidade**	**Símbolo**
Energia	joule	J
Força	newton	N
Potência	watt	W
Carga elétrica	coulomb	C
Potencial elétrico	volt	V
Resistência elétrica	ohm	Ω
Condutância elétrica	siemens	S
Capacitância elétrica	farad	F
Indutância elétrica	henry	H
Frequência	hertz	Hz
Fluxo magnético	weber	Wb
Densidade do fluxo magnético	tesla	T

REGRAS GERAIS PARA REPRESENTAÇÃO DAS UNIDADES

1. Quando as unidades forem escritas por extenso devem ter a letra inicial escrita em *minúscula* mesmo que sejam nomes de pessoas:

segundo, metro, joule, newton, etc.

[1] Também definida no SI como temperatura absoluta

2. Os símbolos das unidades de nomes de pessoas deverão ser escritos em *maiúscula* e os demais em *minúscula*:

s (segundo), m (metro), J (joule), N (newton), etc.

3. Os plurais das unidades são dados com o acréscimo de *s*, embora algumas vezes contrariem as regras gramaticais. Os símbolos não flexionam no plural.

pascal = pascals
mol = mols

OBS: as unidades terminadas em s, x e z não flexionam no plural

siemens, luz, hertz
1 siemens, 2 siemens, etc.

4. Não se deve grafar as unidades misturando-se notações por extenso com símbolos ou abreviações.

*Por exemplo: metro por segundo deve ser escrito **m/s**, portanto, é errado escrever m/segundo, m/seg ou metro/s.*

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Até meados do século XVIII, as unidades de medida eram definidas de maneira arbitrária, variando de um país para outro, o que trazia enormes transtornos nas conversões.

Por causa disso, os cientistas propuseram unidades de medida definidas com maior rigor e adotadas universalmente.

Em 1.795, introduziu-se na França o Sistema Métrico Decimal, que pela sua racionalidade, logo se espalhou por todo o mundo.

Vários sistemas foram utilizados desde então (MKS, CGS, MTS, etc.) que usavam as bases do sistema métrico decimal, até que em 1.960, durante a 11ª CONFERÊNCIA DE PESOS E MEDIDAS realizadas em Paris, formulou-se um novo sistema, baseado também do Sistema Métrico Decimal, ao qual se denominou SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI).

CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

a) Seu sistema tem base decimal;

b) Apresenta múltiplos e submúltiplos, racionalmente escolhidos, utilizando prefixos gregos e latinos, segundo potências de dez, a saber:

Tabela 4 - Prefixos Métricos

VALOR	PREFIXO	SÍMBOLO
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	quilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	d
10^{0}	1	(U.F) [2]
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

NOTAS:

1. - 1 Å (angstron) equivale a 10^{-10} m

2. - 1 ano-luz equivale a distância percorrida pela luz em um ano:
= 365 dias x 24h x 3.10^{8} m/s x 3,6 [3] = $9,46.10^{12}$ km

3. - Como base de medida de comprimento tomou-se a Terra. O metro foi definido inicialmente como sendo 10^{-7} da distância do equador ao polo.

Posteriormente, em 1.889, adotou-se como 1 metro a distância entre duas marcas sucessivas, constantes numa barra de platina iridiada “o metro padrão” guardada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, na França.

Atualmente o metro padrão, define-se no SI, como sendo 1.650.763,73 comprimentos de onda da radiação eletromagnética emitida pelo isótopo de criptônio (Kr-86), em sua transição entre os estados 2 p^{10} e 5 d^{5}.

4. - Para massa, inicialmente o governo francês adotou o grama (g), como sendo a massa de 1 centímetro cúbico (1 cm^3) de água destilada a 4ºC (nessa temperatura, a água apresenta a máxima densidade).

A partir daí, construiu-se em bloco de platina com massa de 1.000g, que passa a ser o quilograma padrão, agora sem qualquer referência a água. Lembrar que 1.000g equivalem a 1 kg.

[2] U.F. - Unidade Fundamental
[3] Multiplica-se por 3,6 para transformar m/s para km/h

5. - Para unidades de área e volume, foram definidas, a partir do metro, o metro quadrado (m^2) e o metro cúbico (m^3) respectivamente. Ainda de acordo com o C.I.P.M. [4], tem-se como unidade de capacidade de volume o litro (*l*), que vale aproximadamente 1 decímetro cúbico (1 dm^3)

1 *l* (litro) = 1,000027 dm^3

Dessas definições decorre que, para a água pura a 4ºC, vale:

10^{-3} m^3 = 1dm^3 = 10cm^3 = 1 l = 1kg

6. - A unidade de tempo, de acordo com a União Internacional Astronômica é o segundo (s), igual a 1/31.556.925,975 da duração do ano do trópico de 1.900.

O ano trópico é o tempo decorrido entre duas passagens sucessivas da Terra pelo equinócio vernal (ocorre por volta do dia 21 de março de cada ano).

Era ainda definido como 1/86.400 do dia solar médio e que corresponde ao intervalo de tempo entre duas passagens sucessivas de um ponto da Terra em frente ao Sol.

Entretanto, face as ações das marés que aumentam o período de rotação da Terra, alterando assim o valor definido para o segundo, arbitrariamente adotou-se o ano de 1.900 como referência.

Atualmente, vale a definição dada pelo SI, que foi adotada a partir de 1.964, pelo Comitê Internacional de Pesos e Medidas, como sendo a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente a transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de Cs-133 (esta adoção se deu definitivamente em 13/10/67, pela 13ª Conferência Geral de Pesos e Medidas).

1 hora (h) = 60 minutos (min) = 3.600 segundos (s)

As recomendações quanto a grafia dos nomes são dadas pela resolução 7 da 9ª C.G.P.M. de 1.948, a saber:

a) os símbolos das unidades serão escritos em caracteres minúsculos do alfabeto latino;

b) os símbolos das unidades derivadas de nomes próprios serão grafados com a primeira letra em maiúsculo do mesmo alfabeto;

c) os símbolos não são seguidos de ponto e nem flexionam no plural.

Veja a seguir algumas unidades do sistema inglês e sua correspondência com valores mais comuns:

[4] C.I.P.M. - Conferência Internacional de Pesos e Medidas

1 polegada = 2,54cm ou 25,4mm **1 jarda = 0,914m** **1 pé = 30,48cm** **1 milha marítima = 1.852m** **1 milha terrestre = 1.605m**

PREFIXOS MÉTRICOS

Em eletricidade básica algumas, algumas unidades elétricas são pequenas demais ou grande demais para serem expressas convenientemente.

Por exemplo, no caso de resistência frequentemente são utilizados valores de resistência da ordem de milhares de ohms.

O prefixo “k” (kilo) mostrou-se uma forma conveniente de se representar mil, enquanto que, o prefixo “M” (mega) é uma forma conveniente de representar milhão.

Dessa forma, um resistor de 12.000Ω pode ser representado convenientemente por 12kΩ, e um resistor de 1.000.000 de ohms pode ser representado por 1MΩ.

Os prefixos kilo e mega, referem-se aos múltiplos da unidade fundamental.

No caso da corrente elétrica, por exemplo, é muito frequente a utilização de milésimos ou milionésimos de ampères.

Assim, uma corrente de 0,001A pode ser representada por 1mA (miliampère), que é um submúltiplo da unidade fundamental, enquanto que uma corrente de 0,000002A pode ser representada por 2μA (microampère).

Vejamos alguns exemplos:

12.500Ω	12,5kΩ	12k5
4.700.000Ω	4,7MΩ	4M7
35.000V	35kV	
1.500V	1,5kV	
0,0034A	3,4mA	
0,0000000038A	0,0038μA	3,8nA[5]
200mA	0,2A	
14.000μA	0,014A	14mA[6]
2.200W	2,2kW	
0,016W	16mW	
23.500.000W	23,5MW	

Frequentemente torna-se necessário converter uma unidade de medida maior em outra menor ou uma unidade de medida menor em outra maior, principalmente quando se deseja efetuar operações como soma e subtração.

[5] Neste caso, a representação 3,8nA é mais conveniente
[6] Neste caso, a representação 14mA é mais conveniente

Assim, para se somar 0,23V com 2mV é necessário que as unidades de medidas sejam iguais, ou V (volt) ou mV (milivolt).

Então: 0,23V = 230mV
Logo: 230mV + 2mV = 232mV

ou ainda:

2mV = 0,002V
0,23V + 0,002V = 0,232V

Para a conversão de uma unidade de medida maior para uma menor e vice-versa, o processo é bem simples.

Tome como referência a tabela 4. Adote como procedimento o deslocamento no sentido vertical, ou para cima ou para baixo e tenha sempre em mente:

I - Quando o deslocamento no sentido vertical for para cima, desloque a vírgula para a esquerda;

II - Quando o deslocamento no sentido vertical for para baixo, desloque a vírgula para a direita;

III - Considere sempre a unidade fundamental (UF) = 10^0

IV - Lembre-se de que qualquer número inteiro, pode ser mentalizado como um número precedido de uma vírgula e zeros, de conformidade com a aproximação desejada.

Por exemplo: 120 = 120,0 ou 120,000 e assim por diante

EXEMPLOS:

a) converter 12.000mV em V (volt):

Solução: analisando a tabela 4, verifica-se que para converter 12.000mV para V (volt), o deslocamento no sentido vertical ocorre para cima.

Isto significa que devemos deslocar a vírgula para esquerda.

Mas, quantas casas devemos deslocar à esquerda?

A diferença entre os expoentes do mV (10^{-3}) para a unidade fundamental (10^0) é 3. Logo, deverão ser deslocadas 3 casas à esquerda.

Assim: 12.000mV = 12V

Veja como foi o procedimento para se chegar a esse resultado:

Levando-se em conta que 12.000 pode ser escrito como 12.000,00... e deslocando-se a vírgula 3 casas à esquerda, teremos então 12,000 que é representado por 12.

b) converter 4.500V em kV (kilovolt):

Solução: neste caso o deslocamento vertical também é para cima e por isso a vírgula deve ser deslocada a esquerda.

A diferença entre os expoentes também é 3, logo:

4.500V = 4,5kV

c) converter 0,005kV em V (volt):

Solução: agora, o deslocamento no sentido vertical é para baixo; a diferença entre os expoentes é 3, devendo portanto, a virgula ser deslocada à direita. Logo:

0,005kV = 5V

d) converter 0,0025kV em mV (milivolt):

Solução: verifica-se que para converter kV em mV, o sentido de deslocamento vertical é para baixo e, portanto, casas devem ser deslocadas à direita.

Mas, quantas casas?

Basta calcular a diferença entre os expoentes. Veja como é simples:

kV = 10^{3}
mV = 10^{-3}

$10^{3-(-3)} = 10^{3+3}$, portanto a diferença entre os expoentes é 6.

Assim, deslocando 6 casas à direita teremos: 0,0025kV = 2.500mV

e) converter 165.000.000μV em kV (kilovolt):

Solução: o deslocamento no sentido vertical é para cima. Para saber quantas casas deverão ser deslocadas à esquerda, devemos calcular a diferença entre os expoentes:

μV = 10^{-6}
kV = 10^{3}

$10^{-6-3} = 10^{-9}$, a diferença é -9.

Assim, deslocando 9 casas à esquerda teremos: 165.000.000μV = 0,165kV

NOTA: Outra forma para determinar se o deslocamento de casas de deve ser à esquerda ou à direita é observar atentamente o sinal resultante da operação com os expoentes.

Se o resultado da diferença entre os expoentes for positivo, o deslocamento da vírgula será à direita; se for negativo, o deslocamento será à esquerda.

EFETUE AS SEGUINTES CONVERSÕES:

25,575V para mV	
6.000μV para mV	
12.500.000Ω para MΩ	
1.200kΩ para MΩ	
900nA para mA	
65.600nA para μA	
600mV para V	
0,000048MV para mV	
78.000kV para GV	
12.560.000pV para nV	
0,0065V para mV	
7A para mA	
0,08A para mA	
4.750Ω para kΩ	
0,0095MΩ para Ω	

EFETUE AS OPERAÇÕES:

1. - 23mV + 0,004V + 0,00007kV =
2. - 235μA + 0,045mA =
3. - 1,35kΩ + 560Ω + 0,0005MΩ =
4. - 5600Ω + 47kΩ =
5. - 0,0068V + 45.500pV + 5600nV =
6. - 600V + 0,006MV + 3,55kV =

POTÊNCIAS DE 10

Uma das formas também utilizada para a conversão de uma unidade de medida maior para outra menor e vice-versa, é a utilização da potência de 10, muitas vezes referida como *"notação de engenheiro".*

A potência de 10 é de grande utilidade quando se deseja expressar números muito grandes ou extremamente pequenos, como por exemplo:

velocidade da luz no vácuo = 300.000.000m/s [7]
carga elétrica elementar = 0,00000000000000000016C [8]

Não bastasse o inconveniente apresentado pela quantidade de algarismos a escrever, devemos efetuar ainda, cálculos com esses números, o que nos traz números com mais algarismos ainda e via de regra, desprovidos de precisão.

PROPRIEDADES:

[7] A velocidade da luz no vácuo é representada pela letra minúscula "c"
[8] A carga elementar é representada pela letra minúscula "e"

P.1) $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$

P.2) $a^m/a^n = a^{(m-n)}$ $(a \neq 0)$

P.3) $(a^m)^n = a^{(m.n)}$

P.4) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

P.5) $(a/b)^m = a^m/b^m$ $(b \neq 0)$

Decorrem ainda as seguintes propriedades:

D.1) $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$

D.2) $a^1 = a$

D.3) $a^{-1} = 1/a$ $(a \neq 0)$

D.4) $a^{-n} = (a^{-1})^n = 1/a^n$ $(a \neq 0)$

Particularmente, quando a base é 10, podemos escrever:

a) $10^n = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \ldots\ldots \times 10$

b) $10^{-n} = (10^{-1})^n = 1/10^n$

Desta forma, seja 10^n a potência n-ésima de dez:

I. - Quando $n \geq 0$

$10^0 = 1$

$10^1 = 10$

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$

"n" indica o número de zeros, ou melhor, quantas vezes **multiplicamos** um número pela base dez.

II. - Quando $n < 0$

$10^{-1} = 1/10^1 = 1/10 = 0{,}1$

$10^{-2} = 1/10^2 = 1/100 = 0{,}01$

$10^{-3} = 1/10^3 = 1/1.000 = 0{,}001$

"n" indica o número de casas decimais, ou melhor, quantas vezes **dividimos** um número pela base dez.

REGRA 1: Para se escrever números maiores do que 1 na forma de um número pequeno vezes uma potência de 10, desloca-se a casa decimal para a esquerda, tantos algarismos quanto desejados.

A seguir, multiplica-se o número obtido por 10 elevado a uma potência igual ao número de casas deslocadas. Exemplo:

Escrever o número 3.000 em potência de 10.

1ª opção: $3.000 = 3 \times 10^3$

2ª opção: $3.000 = 30 \times 10^2$

Na primeira opção, o número 10 foi elevado a um expoente 3, pois a vírgula foi deslocada 3 casas para a esquerda.

Na segunda opção no entanto, em virtude da vírgula ter sido deslocada apenas 2 casas para a esquerda, a número 10 foi elevado a um expoente 2. Isto significa que, na 1ª opção o número 3 é multiplicado por 1.000, enquanto que, na 2ª opção o número 30 é multiplicado por 100.

Assim: $3 \times 1.000 = 3.000$ ou $30 \times 100 = 3.000$

Vejamos outros exemplos:

a) escrever o número 9.600 em potência de 10.

$$9.600 = 96 \times 10^2$$

b) escrever o número 660.000 em potência de 10.

$$660.000 = 66 \times 10^4$$

c) escrever o número 678,56 em potência de 10.

$678,56 = 6,7856 \times 10^2$ ou
$678,56 = 67,856 \times 10$ e assim por diante

NOTA:

O expoente 10^1 expressa-se simplesmente por 10, pois $10^1 = 10$.

d) escrever a velocidade da luz em potência de 10.

$c = 300.000.000$ m/s; portanto $c = 3 \times 10^8$ m/s

ou 30×10^7 m/s ou ainda 300×10^6 m/s

REGRA 2: Para se escrever números menores do que 1 como um número inteiro vezes uma potência de 10, desloca-se a casa decimal para a direita, tantos algarismos quantos forem necessários. A seguir, multiplica-se o número obtido por 10 elevado a uma potência negativa igual ao número de casas decimais deslocadas. Vejamos um exemplo:

Escrever 0,008 em potência de 10.

1ª opção: $0{,}008 = 8 \times 10^{-3}$

2ª opção: $0{,}008 = 0{,}8 \times 10^{-2}$

Na primeira opção o número 10 foi elevado ao expoente -3, pois a vírgula foi deslocada 3 casas para a direita, enquanto que, na segunda opção o número 10 foi elevado ao expoente -2 uma vez que, a vírgula foi deslocada para a direita apenas 2 casas.

Isto significa que, na 1ª opção o número 8 foi dividido por 1.000 enquanto que, na 2ª opção o número 0,8 foi dividido por 100.

Assim: 8/1.000 = 0,008 ou 0,8/100 = 0,008

Vejamos outros exemplos:

a) escrever o número 0,00098 em potência de 10.

$0{,}00098 = 98 \times 10^{-5}$

b) escrever o número 0,668 em potência de 10.

$0{,}668 = 66{,}8 \times 10^{-2}$

c) escrever a carga elementar em potência de 10.

e = 0,00000000000000000016C; portanto, e = $0{,}16 \times 10^{-18}$ C ou $1{,}6 \times 10^{-19}$ C ou ainda 16×10^{-20} C

REGRA 3: Para converter um número expresso como uma potência positiva de 10 num número decimal, desloca-se a casa decimal para a direita tantas casas ou posições quanto o valor do expoente. Exemplos:

a) $0{,}565 \times 10^{3} = 565$
(como o expoente é 3, desloca-se a vírgula 3 casas para a direita)

b) $0{,}565 \times 10^{6} = 565.000$ (neste caso, como o expoente é 6, a vírgula é deslocada 6 casas para a direita)

c) $0{,}00067 \times 10^{3} = 0{,}67$

d) $0{,}0088 \times 10^{3} = 8{,}8$

REGRA 4: Para converter um número expresso como uma potência negativa de 10 num número decimal, desloca-se a vírgula para a esquerda tantas casas quanto o valor do expoente. Exemplos:

a) $50 \times 10^{-3} = 0{,}05$
(como o expoente é -3, desloca-se a vírgula 3 casas à esquerda)

c) $45.000 \times 10^{-5} = 0{,}45$ (neste caso, como o expoente é -5, a vírgula é deslocada 5 casas para a esquerda).

d) $0{,}008 \times 10^{-4} = 0{,}0000008$

e) $76{,}3 \times 10^{-2} = 0{,}763$

<u>OPERAÇÕES ARITMÉTICAS COM POTÊNCIAS DE 10:</u>

A. – MULTIPLICAÇÃO

Para se multiplicar dois ou mais números expressos em potência de 10, multiplica-se os coeficientes para se obter o novo coeficiente e soma-se os expoentes para obter o novo expoente de 10.

Exemplos:

a) multiplicar: $2.10^{6} \times 4.10^{3}$

$$(2 \times 4).10^{6+3} = 8 \,.\, 10^{9}$$

b) multiplicar: $2.10^{-3} \times 3.10^{2} \times 1{,}2.10^{4}$

$$(2 \times 3 \times 1{,}2).10^{-3+2+4} = 7{,}2 \,.\, 10^{3}$$

c) multiplicar: $2{,}2.10^{-4} \times 3.10^{-2} \times 0{,}2.10^{-3}$

$$(2{,}2 \times 3 \times 0{,}2).10^{-4+(-2)+(-3)} = 1{,}32.10^{-9}$$

B. - DIVISÃO

Para se dividir dois números expressos como potência de 10, divide-se os coeficientes para se obter o novo coeficiente e subtrai-se os expoentes para se obter o novo expoente de 10.

Exemplos:

a) dividir: $45.10^{-6} / 3.10^{-3}$

$$(45/3).10^{-6-(-3)} = 15.10^{-6+3} = 15.10^{-3}$$

b) dividir: $60.10^{-4}/12.10^{-6}$

$$(60/12).10^{-4-(-6)} = 5.10^{-4+6} = 5.10^{2}$$

c) dividir: $72.10^{8}/12.10^{12}$

$$(72/12).10^{8-12} = 6 \,.\, 10^{-4}$$

C. - SOMA E SUBTRAÇÃO

Para somar ou subtrair números expressos em potência de 10, opera-se normalmente os coeficientes, desde que os expoentes sejam iguais. Exemplos:

a) somar: $12.10^{-6} + 4.10^{-5}$

I - optando por igualar ao expoente -6, teremos: $4.10^{-5} = 40.10^{-6}$

II - optando por igualar ao expoente -5, teremos: $12.10^{-6} = 1{,}2.10^{-5}$

logo:

$(12 + 40).\ 10^{-6} = 52.10^{-6}$ ou $(1{,}2 + 4).\ 10^{-5} = 5{,}2.10^{-5}$

b) subtrair: $25{,}6.10^{2} - 12.10^{-2}$

igualando ao expoente -2 ao expoente 2, teremos: $12.10^{-2} = 0{,}12.10^{2}$

logo:

$(25{,}6 - 0{,}12).10^{2} = 25{,}5988\ .\ 10^{2}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. - Representar em potências de 10

a) 35.535
b) 66.666
c) 45.000.000
d) 567,9
e) 1.500.000.000.000
f) 680
g) 0,0087
h) 0,489
i) 0,000000987
j) 0,0606
k) 0,00000000000000088765
l) 0,098
m) 0,997

2. - Converter para número decimal

a) $3{,}45 \times 10^{6}$
b) $0{,}00098 \times 10^{8}$
c) $0{,}008 \times 10^{4}$
d) 824×10^{-2}
e) $0{,}07 \times 10^{-2}$
f) $0{,}415 \times 10^{-1}$

g) $0,5678 \times 10^{-2}$
h) $1.600.000 \times 10^{-7}$
i) $0,000678876789 \times 10^{9}$
j) $0,876 \times 10^{3}$
k) $1,234 \times 10^{-1}$
l) $2345,6789 \times 10^{2}$
m) $4558976,5674 \times 10^{-6}$

3. - Efetuar as operações:

a) $0,007 + 0,98 + 1,34$
b) $23 . 10^{-6} \times 2,34 . 10^{5}$
c) $23 . 10^{2} + 2,34 . 10^{3} + 125456 . 10^{-5}$
d) $0,00897 + 23 . 10^{-2} + 1230.10^{-4}$
e) $0,0009 : 0,000000003$
f) $23 . 10^{8} : 2,5 . 10^{6}$
g) $(0,005 + 0,025 + 0,001) : 1,23 \times 10^{-2}$
h) $\{[(1,2 . 10^{-4} + 23 . 10^{-3} - 20 . 10^{-1})] \times 12 . 10^{2}\} : 2 . 10^{3}$
i) $0,08 + 0,008 + 0,0008 + 0,00008$
j) $0,000000085 : 500$
k) $55 : 55 . 10^{-4}$
l) $155,555 \times 2,5 . 10^{-5}$
m) $(25 . 10^{-6} \times 2 . 10^{6}) + 25 . 10^{2}$

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Em notação científica, o coeficiente da potência de 10 é sempre expresso com uma casa decimal seguido da potência de 10 adequada. Alguns exemplos esclarecerão o assunto:

a) escrever em notação científica o número 224.400

$224.400 = 2,244 \times 10^{5}$

b) escrever em notação científica o número 0,000345

$0,000345 = 3,45 \times 10^{-4}$

c) escrever em notação científica o número 26×10^{6}

$26 \times 10^{6} = 2,6 \times 10^{7}$

d) escrever em notação científica o número $0,001 \times 10^{-3}$

$0,001 \times 10^{-3} = 1 \times 10^{-6}$

e) escrever em notação científica o número 0,0015685

$0,0015685 = 1,5685 \times 10^{-3}$

f) escrever em notação científica o número 12.500.000.000

12.500.000.000 = $1{,}25 \times 10^{10}$

As regras para operações aritméticas com números expressos em notação científica, são as mesmas adotadas com relação à potência de 10.

Na verdade, a única diferença que existe entre a forma de se representar um número em *potência de 10* e *notação científica* é que, em notação científica o coeficiente a ser precedido da potência de 10 é expresso apenas com uma casa decimal, conforme já dito anteriormente.

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

1. - NOÇÕES SOBRE ERROS

Medir, entre outras definições prováveis, é comparar quantidades semelhantes. Assim, devemos ter em mente que toda medida vem afetada de erro; o verdadeiro valor da grandeza a medir, em princípio indeterminável, cai dentro de um intervalo centrado no valor numérico da medida.

A preocupação de quem mede é então, tornar esse intervalo o menor possível. Isto depende de alguns tipos de erros costumeiros.

Chamamos de ERRO de uma medida a diferença entre o valor real (ou suposto verdadeiro) e o efetivamente obtido.

2. - CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS

Os erros que podem ocorrer numa dada medição podem ser:

a) GROSSEIROS (enganos): Decorrem da falta de cuidado do observador ao realizar a medida;

b) SISTEMÁTICOS (constantes): Decorrem da falta de precisão ou sensibilidade do instrumento, do método empregado na experiência, bem como, do próprio observador;

c) ACIDENTAIS (fortuitos): Esses decorrem de várias causas, conhecidas ou não, que se acumulam de maneira imperceptível; são em geral aleatórios, não podendo portanto ser evitados.

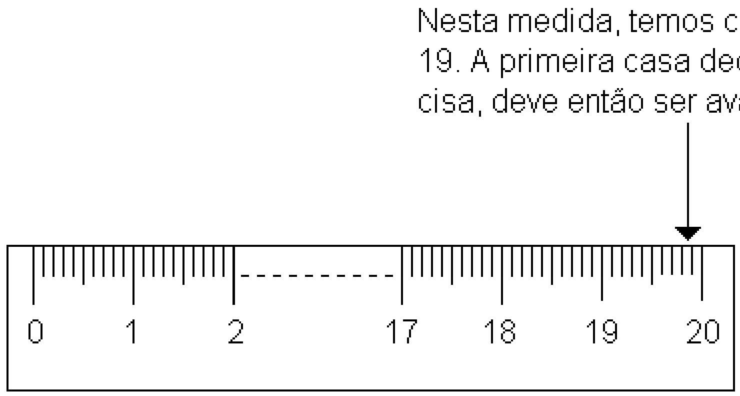
3. - VALOR MAIS PROVÁVEL DE UMA GRANDEZA

O valor mais provável de uma grandeza, medida diversas vezes, é obtido pela média das medidas encontradas, feitas todas com a mesma precisão (mesmo observador, mesmo instrumento e mesmo método de obtenção).

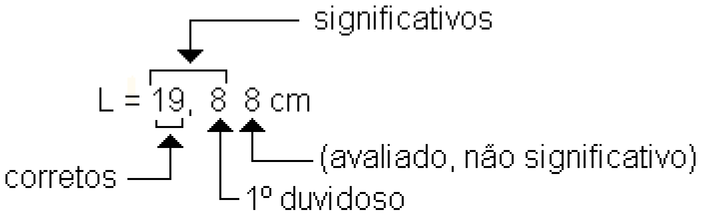
4. - ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Na medida de uma grandeza, chamamos ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS aos algarismos corretos, mais o primeiro duvidoso.

Assim por exemplo, seja a medida feita com uma régua, que tem como menor divisão o décimo de centímetro. Serão confiáveis os algarismos até a ordem do décimo de centímetro; a partir daí serão avaliados e portanto, destituídos de precisão.



Se adotarmos L (comprimento) = 19,8cm ou L = 19,9cm estaremos alterando o valor real, por falta ou excesso, respectivamente. Aproxima-se então, avaliando a segunda casa decimal:



De uma maneira geral, qualquer algarismo necessário para definir um determinado valor, é chamado de significativo. Por exemplo, uma tensão de 115V tem três algarismos significativos: 1, 1 e 5.

Uma tensão de 115,8 por exemplo, possui 4 algarismos significativos, onde o número 8 pode ser considerado duvidoso ou não, dependendo da precisão do aparelho que foi usado para obter essa medição.

ARREDONDAMENTO DE NÚMEROS

Um número é arredondado suprimindo-se um ou mais algarismos da sua direita.

REGRA 1: Se o algarismo a ser suprimido for menor do que 5, deixamos o algarismo como está. Exemplo:

Arredondar o número 4,2634 para quatro e três algarismos respectivamente:

4,2634 = 4,263 (arredondamento para 4 algarismos)

4,2634 = 4,26 (arredondamento para 3 algarismos)

REGRA 2: Se o algarismo a ser suprimido for maior do que 5, aumentamos o algarismo da sua esquerda de uma unidade. Exemplo:

Arredondar o número 9,1478 para quatro e três algarismos respectiva-mente

9,1478 = 9,148 (arredondamento para 4 algarismos)

9,1478 = 9,15 (arredondamento para 3 algarismos)

REGRA 3: Se o algarismo a ser suprimido for exatamente 5, procedemos da seguinte forma:

a) aumentamos o algarismo da sua esquerda de uma unidade, se este for um número ímpar:

Exemplo: arredondar para 3 algarismos os números: 1,875 e 2,655

1,875 = 1,88
2,655 = 2,66

b) se o algarismo da sua esquerda for um número par, deixamos como está:

Exemplo: arredondar para 3 algarismos os números: 1,885 e 2,665

1,885 = 1,88
2,665 = 2,66

NOTA: A maioria das calculadoras científicas aumenta de uma unidade o algarismo da esquerda, seja este ímpar ou par.

REGRA 4: No arredondamento de números, o zero não é contado se ele aparecer imediatamente após a casa decimal e se for seguido por outros algarismos significativos.

Esses zeros devem ser mantidos e a contagem dos algarismos significativos deve começar pelo primeiro algarismo significativo além deles.

O número 0,0000012, por exemplo, tem dois algarismos significativos, que são 1 e 2, e os zeros precedentes não são contados.

Exemplos:

a) arredondar o número 0,003844 para 3 algarismos significativos

0,003844 = 0,00384

b) arredondar o número 0,000000129 para 2 algarismos significativos

0,000000129 = 0,00000013

No entanto, o número 22,0 por exemplo, tem três algarismos significativos; neste caso, o zero é significativo porque ele não é seguido por outros algarismos significativos.

EXERCÍCIOS:

Arredonde para 4 algarismos significativos os números abaixo:

a) 2345,634
b) 0,02345
c) 234,577
d) 0,003567
e) 1,8665
f) 2,8875
g) 234,667
h) 305,4222
i) 496,705
j) 5,6428855
k) 0,004476565
l) 45,6222
m) 124,665 x 10^{-5}
n) 1,0003 x 10^{5}
o) 3,86544 x 10^{2}
p) 5678,377 x 10^{-3}
q) 0,01645 x 10^{-6}
r) 0,000045768
s) 0,00083234
t) 0,00034459 x 10^{-5}
u) 23,0000564
v) 2.340,9875
x) 367,00076

NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA

A trigonometria é a parte da matemática cujo objetivo é a resolução dos triângulos por meio do cálculo.

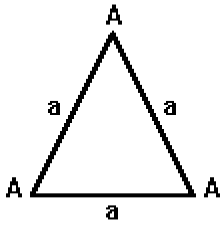
TRIÂNGULO é um polígono de três ângulos e três lados, que podem ser assim classificados:

a) EQUILÁTERO: três lados iguais

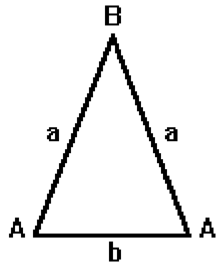
b) ISÓSCELES: dois lados iguais

c) ESCALENO: três lados diferentes

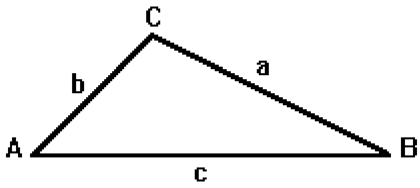
d) RETÂNGULO: dois lados iguais ou três lados diferentes e que tenha um dos ângulos internos 90° (lê-se noventa graus).



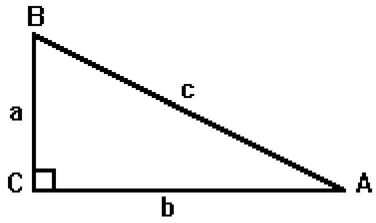
EQUILÁTERO



ISÓSCELES



ESCALENO



RETÂNGULO

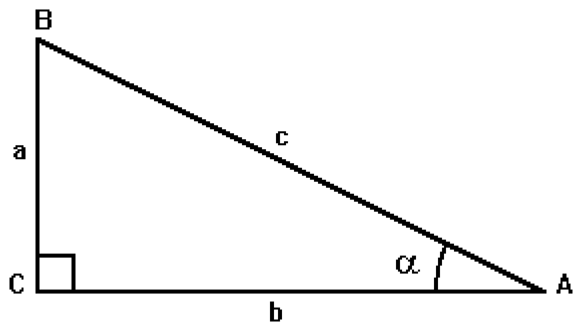
A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180°. No caso do triângulo retângulo, como um ângulo é reto (90°), os outros dois juntos valem 90°; um é complemento do outro.

DETERMINAÇÃO DOS LADOS DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO:

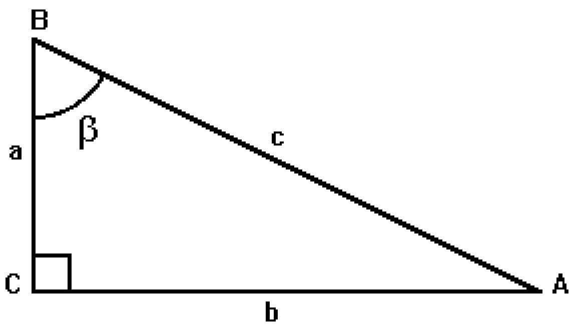
Conhecendo-se dois lados de um triângulo retângulo, pode-se determinar a outro com o auxílio do *Teorema de Pitágoras*.

ENUNCIADO: ***"O quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos catetos"***

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{ou} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Em relação ao ângulo α, temos:
a = cateto oposto
b = cateto adjacente
c = hipotenusa



Em relação ao ângulo β, temos:

a = cateto adjacente
b = cateto oposto
c = hipotenusa

Conclui-se que:

HIPOTENUSA: é sempre o lado maior e oposto ao ângulo reto.

CATETO OPOSTO: é o lado que se opõe ao ângulo que foi considerado.

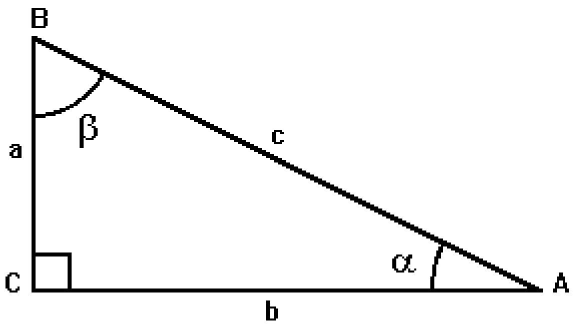
CATETO ADJACENTE: é o lado que se une com a hipotenusa para formar o ângulo considerado.

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS:

As quatro primeiras funções trigonométricas são:

seno = cateto oposto / hipotenusa
co-seno = cateto adjacente / hipotenusa
tangente = cateto oposto / cateto adjacente
co-tangente = cateto adjacente / cateto oposto

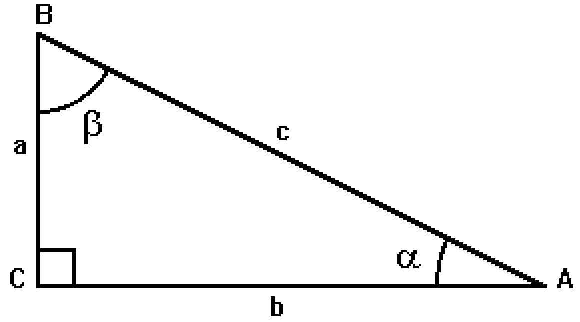
Através do triângulo retângulo abaixo, passaremos a estudar as quatro primeiras funções:



Com relação ao ângulo α, temos:
sen α = cateto oposto / hipotenusa = a / c
cos α = cateto adjacente / hipotenusa = b / c
tg α = cateto oposto / cateto adjacente = a / b
cotg α = cateto adjacente / cateto oposto = b / a

Com relação ao ângulo β, temos:
sen β = cateto oposto / hipotenusa = b / c
cos β = cateto adjacente / hipotenusa = a / c
tgβ = cateto oposto / cateto adjacente = b / a
cotgβ = cateto adjacente / cateto oposto = a / b

Conhecendo-se dois valores em um triângulo retângulo, aplicando-se o Teorema de Pitágoras, pode-se determinar outros valores faltantes, como lados e ângulos. Vejamos alguns exemplos, considerando o triângulo retângulo abaixo:



a) Supondo:

a = 3
b = 5
Calcule α e β

Solução:

Como dispomos apenas dos valores dos catetos oposto e adjacente, usaremos a fórmula: tgα = tg$\alpha\beta$ = cateto oposto / cateto adjacente

Logo:

α = a / b = 3 / 5 = 0,6 ; portanto: α = 30,964°
β = b / a = 5 / 3 = 1,66667; portanto: β = 59,036°

onde: $\alpha + \beta = 90°$

OBS: Para se obter o valor do ângulo em graus, utiliza-se nas calculadoras científicas as funções: sen^{-1}, cos^{-1} e tg^{-1} (sin^{-1}, cos^{-1} e tan^{-1}).

O valor do ângulo α foi calculado introduzindo-se 0,6 na calculadora, pressionando-se logo a seguir a tecla tan^{-1}.

Idêntico procedimento foi adotado para calcular o valor do ângulo β, ou seja, foi introduzido na calculadora 1,66667, pressionando-se logo após a tecla tan^{-1}.

Na impossibilidade da utilização de uma calculadora para tal fim, os ângulos podem ser determinados com o auxílio de tabelas trigonométricas disponíveis na maioria dos livros didáticos destinados ao ensino de matemática.

No entanto, precisão melhor se obtém quando da utilização de calculadoras, uma vez que, as tabelas fornecidas incrementam os ângulos a cada 1°, o que impossibilita precisão na determinação de ângulos fracionários.

b) Considerando o mesmo triângulo retângulo, calcular o valor de “c”.

Solução: “c” é a hipotenusa e como já temos o valor do senα, então:

senα = a / c ===> 0,5145 = 3 / c ===> c = 3 / 0,5145

portanto: c = 5,83

Partindo do valor do senβ, teremos:

senβ = b / c ===> 0,8575 = 5 / c ===> c = 5 / 0,8575

portanto: c = 5,83

O valor de “c” pode ainda ser determinado através do Teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \Longrightarrow \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{3^2 + 5^2} \quad \Longrightarrow \quad c = \sqrt{9 + 25}$$

$$c = \sqrt{34} = 5{,}83$$

c) Dado um triângulo retângulo, onde:

α = 55°
hipotenusa = 3,5

Calcule o cateto adjacente e cateto oposto

Solução:

Para calcular o cateto adjacente, a fórmula adequada a ser utilizada é:

cosα = cateto adjacente / hipotenusa

cosα = 0,5736 logo:
0,5736 = cateto adjacente / 3,5 ==> cateto adjacente = 0,5736 x 3,5

cateto adjacente = 2,008

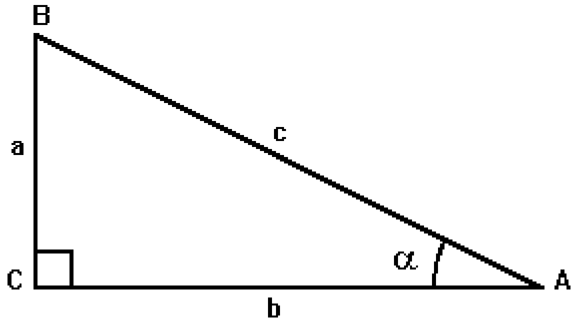
Para calcular o cateto oposto, a fórmula adequada a ser utilizada é:
senα = cateto oposto / hipotenusa

senα = 0,8192 logo:
0,8192 = cateto oposto / 3,5 ==> cateto oposto = 0,8192 x 3,5

cateto oposto = 2,867

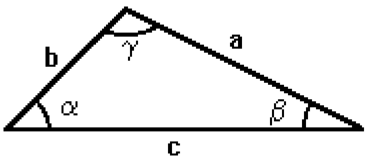
RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS

Dado o triângulo retângulo abaixo, podemos estabelecer as relações trigonométricas básicas:



$tg\alpha = sen\alpha / cos\alpha$
$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

LEI DOS SENOS



$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\gamma}$$

Exemplo de aplicação da lei dos senos:

Seja: $\beta = 30°$
$b = 15$
$a = 10$

Calcule:

I) o seno de α e seu respectivo ângulo
II) o ângulo γ

Solução:

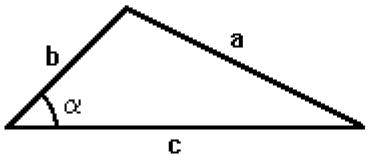
I) $sen\alpha = a.sen\beta / b$ ==> $sen\alpha = 10 . 0,5 / 15 = 5 / 15 = 0,3333$

$sen\alpha = 0,3333 = 19,47°$

II) $sen\gamma = 180° - 30° - 19,47° = 130,53°$

OBS: o ângulo α foi calculado introduzindo-se 0,3333 na calculadora, pressionando-se logo a seguir a tecla sen^{-1}.

LEI DOS CO-SENOS



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,.\,\cos\alpha$$

Exemplo de aplicação da lei dos co-senos:

Seja: $\alpha = 50°$
$b = 4$
$c = 7$

calcule o lado “a”

Solução:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$ ==> $a^2 = 4^2 + 7^2 - 2.4.7 \times \cos 50° =$

$a^2 = 16 + 49 - 2 \times 4 \times 7 \times 0{,}6428 = 16 + 49 - 35{,}9968$ ==> $a^2 = 29{,}002$

$$a = \sqrt{29{,}002} \implies a = 5{,}385$$

ALFABETO GREGO

alfa	Α α	iota	Ι ι	rô	Ρ ρ
beta	Β β	capa	Κ κ	sigma	Σ σ
gama	Γ γ	lâmbda	Λ λ	tau	Τ τ
delta	Δ δ	mi	Μ μ	ípsolon	Υ υ
epsílon	Ε ε	ni	Ν ν	fi	Φ φ
dzeta	Ζ ζ	csi	Ξ ξ	qui	Χ χ
eta	Η η	ômicron	Ο ο	psi	Ψ ψ
teta	Θ θ	pi	Π π	ômega	Ω ω