SIMPLIFICAÇÃO GRÁFICA DE EXPRESSÕES BOOLEANAS – *Minitermos e Maxitermos*

Além da simplificação algébrica, existe outra forma bem mais prática, que é a simplificação gráfica, através dos mapas de Veitch-Karnaugh, ou simplesmente Mapas de Karnaugh (abreviadamente MK).

Esses mapas são particularmente úteis na resolução de projetos, nos quais resulta uma tabela da verdade.

Antes, temos que analisar como se obtém uma expressão booleana através de uma tabela da verdade.

Na análise da tabela da verdade levam-se em consideração duas formas para a obtenção dessas expressões:

a) Expressões booleanas de soma de produtos (minitermos)
b) Expressões booleanas de produto de somas (maxitermos)

EXPRESSÕES BOOLEANAS DE TERMOS MÍNIMOS (MINITERMOS)

As expressões booleanas de minitermos são desenvolvidas a partir dos “1” na saída da tabela da verdade.

Consideremos a tabela da verdade 1 com 3 variáveis.

ENTRADAS			S	Minitermo
A	B	C		
0	0	0	**0**	
0	0	1	**0**	
0	1	0	**0**	
0	1	1	**0**	
1	0	0	**1**	$A\overline{B}\overline{C}$
1	0	1	**0**	
1	1	0	**0**	
1	1	1	**1**	ABC

Tabela 1

Para determinar a expressão em minitermos da tabela 1, aplica-se uma operação E (AND) nas linhas cuja saída é um e depois aplica-se uma operação OU (OR) nos dois termos, lembrando que a expressão booleana de minitermos:

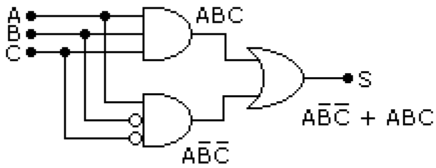
É A SOMA DA PRODUTOS

Desta forma a expressão será:

$$S = A\overline{B}\,\overline{C} + ABC$$

Partindo da expressão acima, podemos construir o circuito lógico, onde observa-se que as variáveis ABC das linhas cuja saída é 1 (no caso, as linhas 0 e 7) foram submetidas a uma operação AND e por isso na linha 4, as variáveis B e C tiveram que ser complementadas, enquanto que na linha 7 não houve a necessidade de complementação.

Observa-se que a expressão final é uma *soma de produtos*.



Para melhor fixar esse conceito, faremos outro exemplo, que é escrever a expressão booleana em minitermos da tabela da verdade 2.

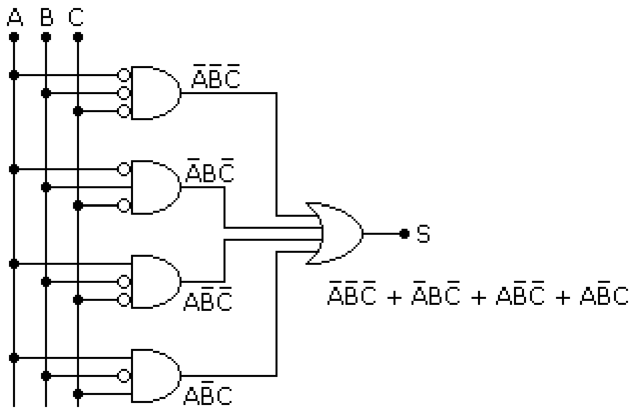
ENTRADAS			**S**	Minitermo
A	B	C		
0	0	0	**1**	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	1	**0**	
0	1	0	**1**	$\overline{A}B\overline{C}$
0	1	1	**0**	
1	0	0	**1**	$A\overline{B}\,\overline{C}$
1	0	1	**1**	$A\overline{B}C$
1	1	0	**0**	
1	1	1	**0**	

Tabela 2

Para a tabela acima, a expressão booleana será:

$$S = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

Que corresponde ao circuito abaixo:



Observe que até agora estamos nos limitando a escrever a expressão booleana de acordo com a tabela da verdade. Nos preocuparemos com a simplificação gráfica dessas expressões mais adiante quando estudarmos os MK.

Resolveremos agora outro exemplo com 4 variáveis, que mais tarde será utilizado para a simplificação gráfica por MK.

A partir da tabela da verdade 3, escrever a expressão booleana em minitermos e desenhar o circuito correspondente.

ENTRADAS				**S**	Minitermo
A	B	C	D		
0	0	0	0	**1**	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
0	0	0	1	**0**	
0	0	1	0	**1**	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$
0	0	1	1	**1**	$\bar{A}\bar{B}CD$
0	1	0	0	**0**	
0	1	0	1	**0**	
0	1	1	0	**1**	$\bar{A}BC\bar{D}$
0	1	1	1	**1**	$\bar{A}BCD$
1	0	0	0	**1**	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
1	0	0	1	**0**	
1	0	1	0	**1**	$A\bar{B}C\bar{D}$
1	0	1	1	**0**	
1	1	0	0	**0**	
1	1	0	1	**0**	
1	1	1	0	**0**	
1	1	1	1	**1**	ABCD

Tabela 3

A expressão resultante será:

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABCD = S$$

A expressão acima pode ser escrita em forma de uma função booleana:

$$f(ABCD) = m_0 + m_2 + m_3 + m_6 + m_7 + m_8 + m_{10} + m_{15}$$

Onde m_0, m_2, etc. representam a linha correspondente a tabela da verdade. Usa-se no caso a letra “m” minúscula por tratar-se de minitermos ou soma de produtos.

Podemos escrever também a mesma expressão de forma mais simplificada:

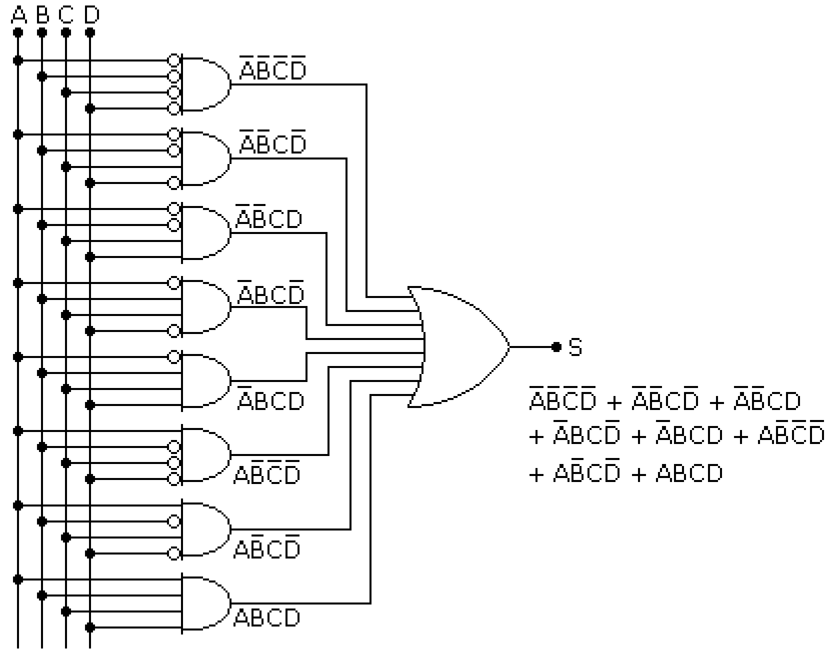
$$f(ABCD) = \Sigma\ m(0,2,3,6,7,8,10,15)$$

Onde:

Σ = somatória

m = minitermos

A figura abaixo ilustra o circuito correspondente a tabela 3.



EXPRESSÕES BOOLEANAS DE TERMOS MÁXIMOS (MAXITERMOS)

Uma expressão booleana pode ser escrita em termos máximos, ou maxitermos, a partir dos "0" na saída da tabela da verdade.

Uma expressão em maxitermos é escrita como sendo um **produto de somas**.

Tomemos como exemplo a tabela da verdade 4.

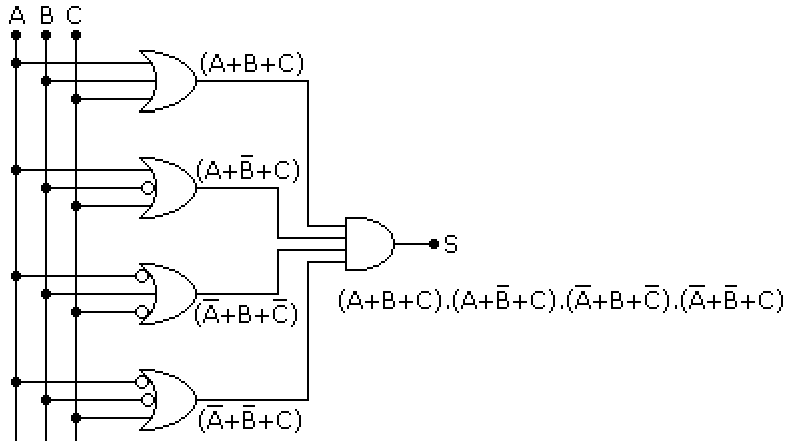
ENTRADAS			**S**	Maxitermo
A	B	C		
0	0	0	**0**	$A+B+C$
0	0	1	**1**	
0	1	0	**0**	$A+\bar{B}+C$
0	1	1	**1**	
1	0	0	**1**	
1	0	1	**0**	$\bar{A}+B+\bar{C}$
1	1	0	**0**	$\bar{A}+\bar{B}+C$
1	1	1	**1**	

Tabela 4

A expressão em maxitermos da tabela 4 será:

$$(A+B+C).(A+\overline{B}+C).(\overline{A}+B+\overline{C}).(\overline{A}+\overline{B}+C) = S$$

Observe que os “1” das entradas foram complementados.
O circuito da correspondente a tabela 4 é mostrado abaixo:



Da mesma forma que nos minitermos, uma expressão em maxitermos pode ser escrita em forma de uma função através da quantidade de variáveis.

$$f(ABC) = M_0 \,.\, M_2 \,.\, M_5 \,.\, M_6$$

Onde M_0, M_2, etc. representam a linha correspondente a tabela da verdade. Usa-se no caso a letra “m” maiúscula por tratar-se de maxitermos ou produto de somas.

Podemos escrever também a mesma expressão de forma mais simplificada:

$$f(ABC) = \Pi\ M(0,2,5,6)$$

Onde:
Π = produtório[1]
M = maxitermos

Tomando como exemplo a tabela 4, podemos ainda escrever a função da expressão em minitermos, que será obtida a partir dos “1” na saída.

Desta forma teremos:

Maxitermos:

$$f(ABC) = \Pi\ M(0,2,5,6)$$

Minitermos:

$$f(ABC) = \Sigma\ m(1,3,4,7)$$

[1] Produtório é representado pela letra grega “pi” maiúsculo.

É importante observar, que as duas funções representam as 8 linhas da tabela da verdade, ou seja, a partir de uma expressão ou função em maxitermos pode-se obter uma expressão ou função em minitermos e vice-versa.

Veja abaixo uma tabela (tabela 5) comparativa entre minitermos e maxitermos e sua concepção.

Observe que as variáveis de entrada foram substituídas por “c = complementada” e “nc = não complementada”.

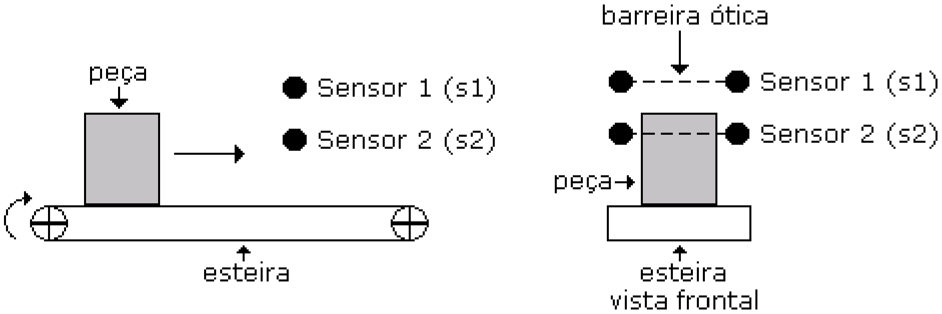
Isso nos dá uma visão da complementaridade entre maxitermos e minitermos, ou seja, enquanto que nos minitermos as variáveis são complementadas “c” em m_1, nos maxitermos as mesmas serão complementadas em M_{15}.

Analogamente as mesmas não serão complementadas “nc” em m_{15} e em M_0.

VARIÁVEIS				**MINITERMOS**			**MAXITERMOS**		
A	B	C	D	Expressão	Designação	Binário	Expressão	Designação	Binário
c	c	c	c	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	m_0	0000	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$	M_{15}	1111
c	c	c	nc	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	m_1	0001	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D$	M_{14}	1110
c	c	nc	c	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	m_2	0010	$\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D}$	M_{13}	1101
c	c	nc	nc	$\bar{A}\bar{B}CD$	m_3	0011	$\bar{A}+\bar{B}+C+D$	M_{12}	1100
c	nc	c	c	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	m_4	0100	$\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D}$	M_{11}	1011
c	nc	c	nc	$\bar{A}B\bar{C}D$	m_5	0101	$\bar{A}+B+\bar{C}+D$	M_{10}	1010
c	nc	nc	c	$\bar{A}BC\bar{D}$	m_6	0110	$\bar{A}+B+C+\bar{D}$	M_9	1001
c	nc	nc	nc	$\bar{A}BCD$	m_7	0111	$\bar{A}+B+C+D$	M_8	1000
nc	c	c	c	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	m_8	1000	$A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$	M_7	0111
nc	c	c	nc	$A\bar{B}\bar{C}D$	m_9	1001	$A+\bar{B}+\bar{C}+D$	M_6	0110
nc	c	nc	c	$A\bar{B}C\bar{D}$	m_{10}	1010	$A+\bar{B}+C+\bar{D}$	M_5	0101
nc	c	nc	nc	$A\bar{B}CD$	m_{11}	1011	$A+\bar{B}+C+D$	M_4	0100
nc	nc	c	c	$AB\bar{C}\bar{D}$	m_{12}	1100	$A+B+\bar{C}+\bar{D}$	M_3	0011
nc	nc	c	nc	$AB\bar{C}D$	m_{13}	1101	$A+B+\bar{C}+D$	M_2	0010
nc	nc	nc	c	$ABC\bar{D}$	m_{14}	1110	$A+B+C+\bar{D}$	M_1	0001
nc	nc	nc	nc	$ABCD$	m_{15}	1111	$A+B+C+D$	M_0	0000

Tabela 5

Vejamos uma aplicação da álgebra booleana, analisando a figura abaixo:



Trata-se do controle de qualidade de uma peça através de uma esteira.

Quando a peça está com sua altura normal, deverá estar entre as alturas dos dois sensores.

Caso esteja fora de padrão, deverá acender uma lâmpada ou soar um alarme.

Montar a tabela da verdade, determinando a expressão lógica que descreve o funcionamento do da lâmpada ou alarme.

A tabela da verdade pode ser montada com base nos sensores, s1 e s2 que representarão as entradas e a saída será a lâmpada acesa ou alarme acionado.

Utilizaremos o nível lógico 1 para indicar a interrupção da barreira ótica entre os sensores.

Entrada		Saída (S)
s2	**s1**	
0	0	1
0	1	X
1	0	0
1	1	1

Tabela 6

Analisando:

➔ Linha 0, peça fora de padrão pois não alcança a barreira ótica entre s2 e s1, portanto com altura insuficiente.

➔ Linha 1, condição ilegal (não existe), pois a peça interrompe s1, que está acima de s2.

➔ Linha 2, condição legal, pois a peça interrompe a barreira ótica em s2 e não interrompe em s1, representando altura desejada.

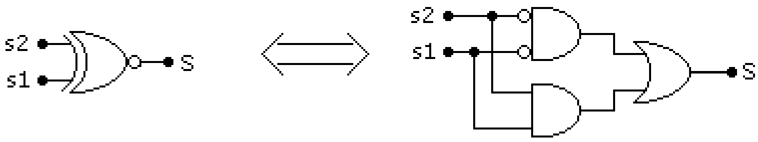
➔ Linha 3, peça fora de padrão, ou seja, com excesso de altura, pois interrompe as barreiras óticas em s2 e s1.

A expressão deverá estar em minitermos, pois adotamos e nível lógico 1 para representar condição de lâmpada acesa ou alarme acionado.

$$S = \overline{s2}.\overline{s1} + s2.s1$$

A expressão representa um circuito de coincidência, cuja expressão é assim representada, onde lê-se: s2 coincidência s1.

$$S = s2 \odot s1$$



As tabelas abaixo indicam a equivalência entre as duas expressões.

Entradas		Saída
s2	s1	$s2 \odot s1$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela 7

Entradas		Saídas		
s2	s1	$\overline{s2}.\overline{s1}$	s2.s1	s2 + s1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
1	1	0	1	1

Tabela 8

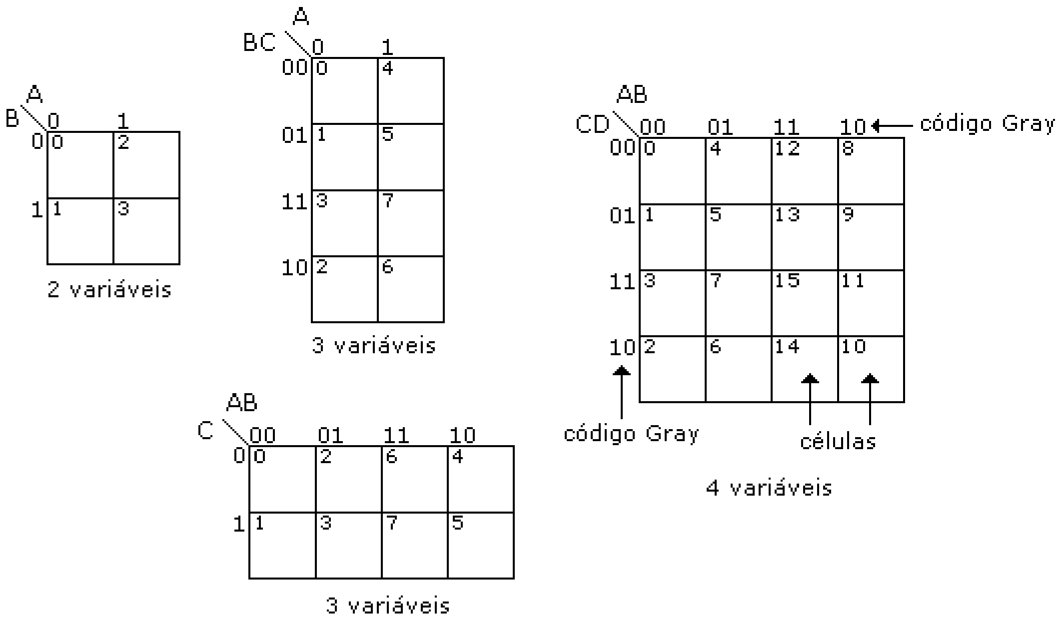
MAPAS DE VEITCH-KARNAUGH

O mapa de Karnaugh é composto de várias áreas (células) para representar as linhas de uma tabela da verdade.

A quantidade de células depende da quantidade de linhas da tabela da verdade, que por sua vez depende da quantidade de variáveis envolvidas.

Desta forma, para um MK de 2 variáveis teremos 4 células; para 3 variáveis teremos 8 células; para 4 variáveis teremos 16 células e assim por diante.

Normalmente a simplificação de expressões booleanas por MK e feita a partir de minitermos, ou seja, soma de produtos. As figuras abaixo mostram MK com 2, 3 e 4 variáveis.



CONSIDERAÇÕES IMPORTANTES:

a) nos MK de 3 variáveis verticais, as células 0 e 4 são adjacentes a 2 e 6.

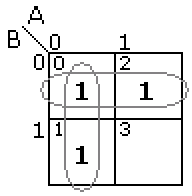
b) nos MK de 3 variáveis horizontais, as células 0 e 1 são adjacentes a 4 e 5.

c) nos MK de 4 variáveis, as células 0,4,12 e 8 são adjacentes a 2,6,14 e 10 assim como as células 0,1,3 e 2 são adjacentes a 8,9,11 e 10.

Vejamos alguns exemplos de utilização dos mapas:

➔ **Exemplo 1:** Simplificar a expressão $f(AB) = \Sigma\ m(0,1,2)$

Construindo o MK



Regras básicas:

1. Devemos agrupar a maior quantidade de células adjacentes na horizontal e na vertical, porém nunca na diagonal;

2. A quantidade de células agrupadas deve sempre ser potência de 2, como por exemplo, 2, 4, 8, 16, 32, etc.

3. Uma célula que já foi agrupada poderá ser agrupada novamente com outras células.

Temos 2 agrupamentos no MK deste exemplo: m (0,1) e m (0,2):

$$\begin{array}{cc} m(0,1) & m(0,2) \\ \bar{A}\bar{B} & \bar{A}\bar{B} \\ \bar{A}B & A\bar{B} \end{array}$$

Elimina-se a variável que foi complementada, mantendo-se a variável que não sofreu variação.

A expressão simplificada ficará assim:

$$S = \bar{A} + \bar{B}$$

➔ **Exemplo 2:** Simplificar através do MK a função lógica que representa a tabela da verdade a seguir:

VARIÁVEIS			SAÍDA
A	B	C	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Tabela 9

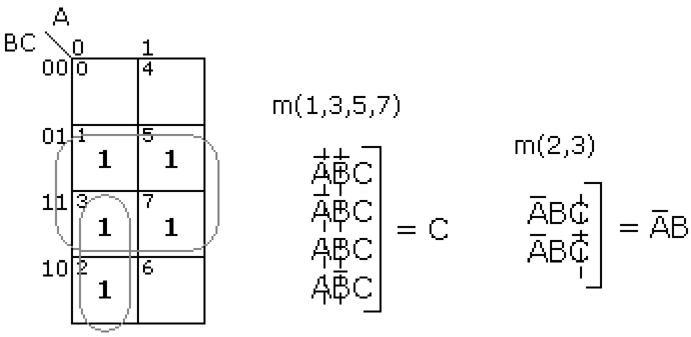
A expressão em minitermos será:

$$\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC = S$$

Que nada mais é do que a função lógica abaixo:

$$f(ABC) = \Sigma\ m(1,2,3,5,7)$$

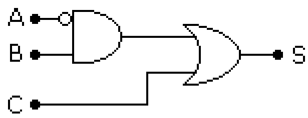
Construindo o MK:



Observe que em m(1,3,5,7) as variáveis A e B estão complementadas duas vezes e duas vezes não complementadas e portanto, cancelam-se.

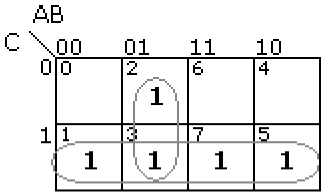
Em m(2,3) somente a variável C é complementada.

A expressão final será: $S = \bar{A}B + C$, cujo circuito é mostrado a seguir.



$$S = \bar{A}B + C$$

O MK poderá também ser construído no sentido horizontal, permanecendo o resultado inalterado. Veja a figura a seguir.



m(1,3,5,7)

$$\left.\begin{matrix} \bar{\cancel{A}}\bar{\cancel{B}}C \\ \bar{\cancel{A}}\cancel{B}C \\ \cancel{A}\cancel{B}C \\ \cancel{A}\bar{\cancel{B}}C \end{matrix}\right] = C$$

m(2,3)

$$\left.\begin{matrix} \bar{A}B\bar{\cancel{C}} \\ \bar{A}B\cancel{C} \end{matrix}\right] = \bar{A}B$$

$$S = \bar{A}B + C$$

➔ **Exemplo 3:** Simplificar através de MK a função lógica:

$$f(ABCD) = \Sigma\ m(0,2,3,6,7,8,10,15)$$

Essa função lógica corresponde a expressão booleana abaixo:

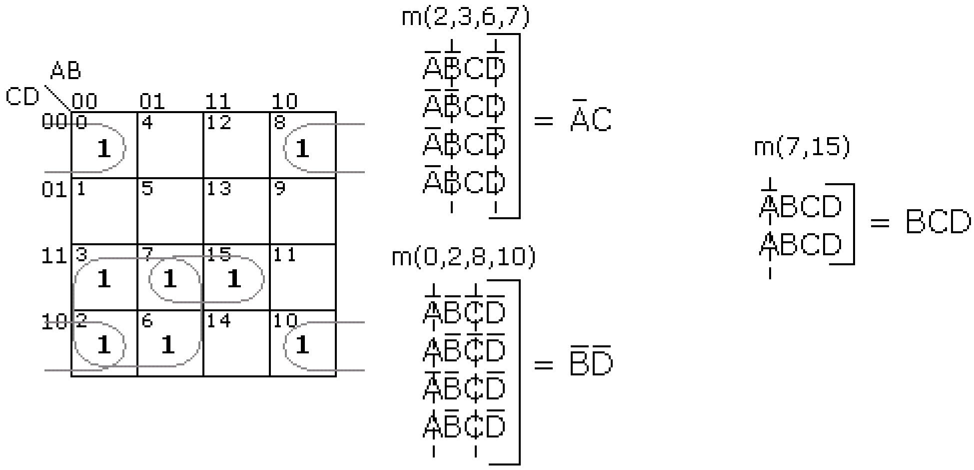
$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABCD = S$$

A tabela da verdade que representa essa expressão booleana é mostrada a seguir, onde o MK será elaborado a partir dos níveis lógicos "1" na saída.

ENTRADAS				**S**	Minitermo
A	B	C	D		
0	0	0	0	**1**	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
0	0	0	1	**0**	
0	0	1	0	**1**	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$
0	0	1	1	**1**	$\bar{A}\bar{B}CD$
0	1	0	0	**0**	
0	1	0	1	**0**	
0	1	1	0	**1**	$\bar{A}BC\bar{D}$
0	1	1	1	**1**	$\bar{A}BCD$
1	0	0	0	**1**	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
1	0	0	1	**0**	
1	0	1	0	**1**	$A\bar{B}C\bar{D}$
1	0	1	1	**0**	
1	1	0	0	**0**	
1	1	0	1	**0**	
1	1	1	0	**0**	
1	1	1	1	**1**	ABCD

Tabela 10

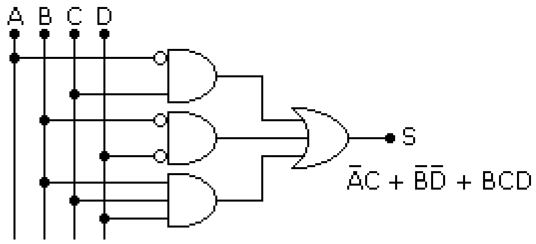
Elaborando o MK:



Observe que as células 0,8,2 e 10 são adjacentes e portanto devem ser simplificadas.

A expressão lógica final, simplificada será:

$$S = \bar{A}C + \bar{B}\bar{D} + BCD$$



➔ **Exemplo 4:** Este exemplo tem por objetivo mostrar a praticidade e rapidez da simplificação gráfica.

Uma expressão booleana será simplificada das duas maneiras, para que possa ser estabelecida a comparação entre a simplificação algébrica e a simplificação gráfica.

Simplificar a expressão booleana abaixo:

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D = S$$

RESOLVENDO ALGEBRICAMENTE:

Colocando $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ em evidência:

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\,(\bar{D} + D) + \bar{A}B\bar{C}D$$

$$\text{onde:} \left[\begin{array}{l} (\bar{D} + D) = 1 \\ \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D = \bar{A}B\bar{C}D \end{array}\right.$$

Assim:

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}D = S$$

Colocando $\overline{A}\overline{C}$ em evidência:

$$\overline{A}\overline{C}\,(\overline{B} + BD)$$

Aplicando De Morgan em $(\overline{B} + BD)$

$$\overline{\overline{\overline{B}} \,.\, \overline{BD}} = \overline{B \,.\, \overline{B} + \overline{D}} = \overline{\overline{B}B + B\overline{D}}$$

onde $\overline{B}B = 0$

Teremos então: $\overline{B\overline{D}} = \overline{B} + D$ (após aplicar De Morgan)

Daí:

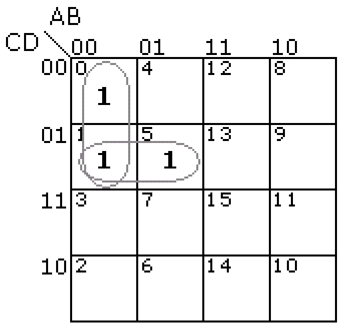
$$\overline{A}\overline{C}\,(\overline{B} + D) = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D = S$$

<u>RESPOSTA: $\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D$</u>

RESOLVENDO GRAFICAMENTE:

A função lógica que define essa expressão é: $f(ABCD) = \Sigma\ m(0,1,5)$

Construindo o MK:



m(0,1)

$$\left.\begin{array}{l}\overline{A}\overline{B}\overline{C}\cancel{\overline{D}}\\ \overline{A}\overline{B}\overline{C}\cancel{D}\end{array}\right. = \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

m(1,5)

$$\left.\begin{array}{l}\overline{A}\cancel{\overline{B}}\overline{C}D\\ \overline{A}\cancel{B}\overline{C}D\end{array}\right. = \overline{A}\overline{C}D$$

<u>RESPOSTA: $\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D$</u>

EXEMPLO DE APLICAÇÃO – CIRCUITO COM 4 VARIÁVEIS

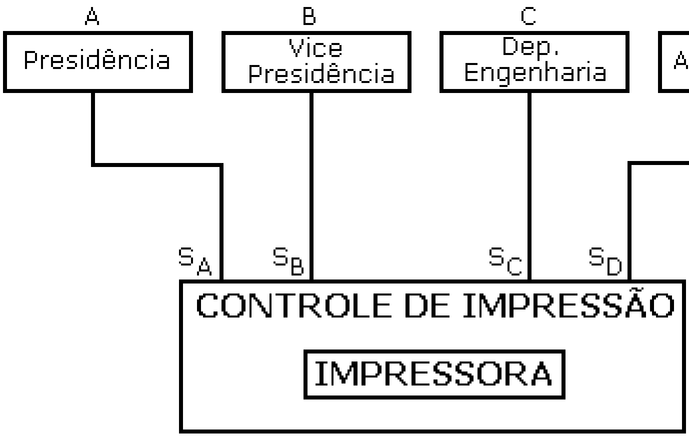
Vamos supor que em uma empresa existam 4 departamentos que precisam utilizar uma única impressora.

Deseja-se implantar um sistema de prioridade para uso dessa impressora nesses departamentos da seguinte maneira:

Prioridade 1: Presidência
Prioridade 2: Vice-presidência
Prioridade 3: Departamento de engenharia
Prioridade 4: Almoxarifado

Supondo que esses departamentos enviem simultaneamente documentos para impressão, um circuito lógico deverá selecionar as prioridades conforme proposto acima.

O primeiro passo é estabelecer as variáveis do sistema, que no caso serão 4.



As variáveis de entrada serão A, B, C e D que correspondem respectivamente a Presidência, Vice-presidência, Dep. de Engenharia e Almoxarifado, com suas respectivas saídas S_A, S_B, S_C e S_D.

A central de impressão é o nosso circuito hipotético que determinará qual documento deve ser enviado à impressora, segundo as prioridades estabelecidas.

Estabeleceremos então o seguinte critério, quanto ao nível lógico, para as entradas:

➔ solicitação de impressão: 1 (nível lógico 1)
➔ departamento ocioso: 0 (nível lógico 0)

Para as saídas estabeleceremos o seguinte critério:

➔ encaminhamento/efetivação da impressão: 1 (nível lógico 1)
➔ não efetivação da impressão: 0 (nível lógico 0)

Estabelecidos os critérios, torna-se necessário elaborar a tabela da verdade que defina:

1. para as entradas a **solicitação da impressão** e
2. para as saídas o **encaminhamento/efetivação da impressão**.

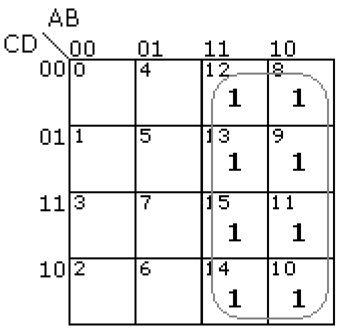
O primeiro passo então, é elaborar a tabela da verdade, conforme mostra a figura a seguir.

Observa-se que o evento (o que vai ocorrer) é definido pelas entradas e respectivas saídas. Por exemplo, para as entradas 0000 e saídas 0000 a impressora estará ociosa.

ENTRADAS				SAÍDAS				EVENTO
A	B	C	D	S_A	S_B	S_C	S_D	
0	0	0	0	0	0	0	0	Nada ocorre (impressora ociosa)
0	0	0	1	0	0	0	1	Imprime – Almoxarifado
0	0	1	0	0	0	1	0	Imprime – Dep. engenharia
0	0	1	1	0	0	1	0	Imprime – Dep. engenharia (prioritário)
0	1	0	0	0	1	0	0	Imprime – Vice-presidência
0	1	0	1	0	1	0	0	Imprime – Vice-presidência (prioritário)
0	1	1	0	0	1	0	0	Imprime – Vice-presidência (prioritário)
0	1	1	1	0	1	0	0	Imprime – Vice-presidência (prioritário)
1	0	0	0	1	0	0	0	Imprime - Presidência
1	0	0	1	1	0	0	0	Imprime – Presidência (prioritário)
1	0	1	0	1	0	0	0	Imprime – Presidência (prioritário)
1	0	1	1	1	0	0	0	Imprime – Presidência (prioritário)
1	1	0	0	1	0	0	0	Imprime – Presidência (prioritário)
1	1	0	1	1	0	0	0	Imprime – Presidência (prioritário)
1	1	1	0	1	0	0	0	Imprime – Presidência (prioritário)
1	1	1	1	1	0	0	0	Imprime – Presidência (prioritário)

Tabela 11

Para cada uma das saídas devemos elaborar um MK:



S_A

m(8,9,10,11,12,13,14,15)

$A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$

$A\overline{B}\,\overline{C}D$

$A\overline{B}C\overline{D}$

$A\overline{B}CD$

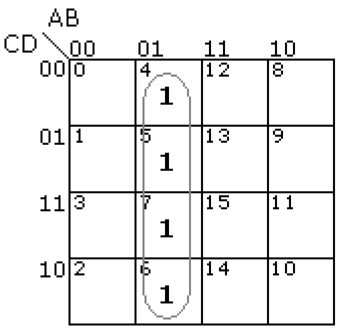
$AB\overline{C}\,\overline{D}$

$AB\overline{C}D$

$ABC\overline{D}$

$ABCD$

$= A$



S_B

m(4,5,6,7)

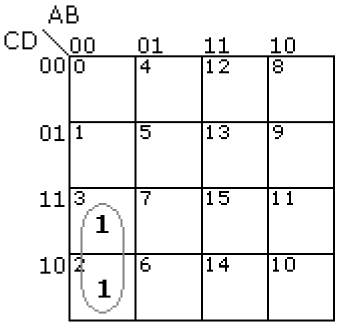
$\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}$

$\overline{A}B\overline{C}D$

$\overline{A}BC\overline{D}$

$\overline{A}BCD$

$= \overline{A}B$

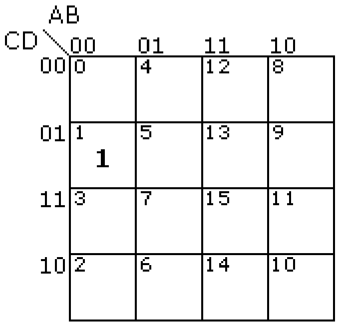


S_C

m(2,3)

$\overline{A}\,\overline{B}C\cancel{D}$

$\overline{A}\,\overline{B}C\cancel{\overline{D}}$

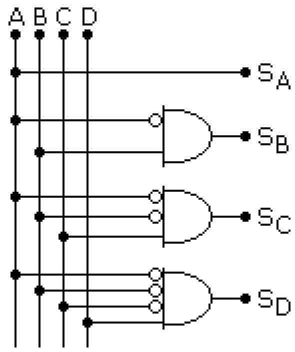


S_D

m(1)

$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$

O circuito final será:

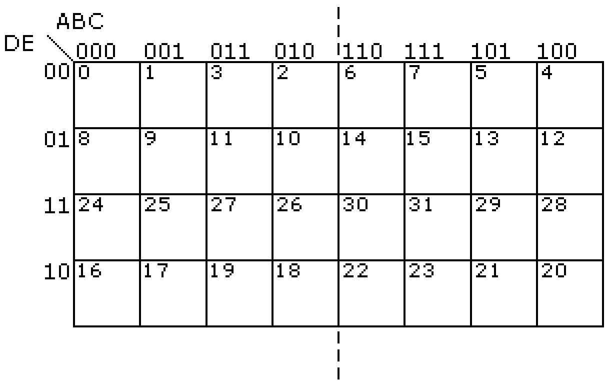


MAPAS DE KARNAUGH PARA 5 VARIÁVEIS

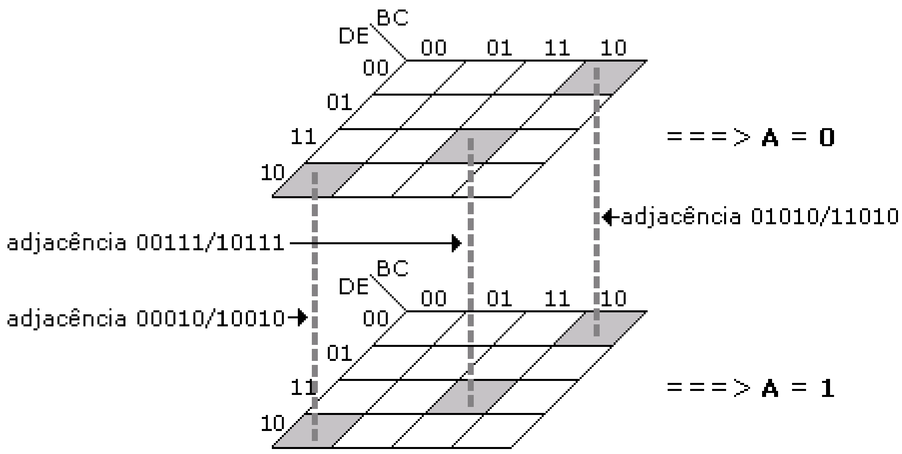
O MK para 5 variáveis é construído a partir de dois MK de 4 variáveis e possui 32 células.

Este mapa pode ser representado em um único plano, conforme ilustra a figura abaixo.

Observa-se no entanto, que a determinação das células adjacentes torna-se um tanto trabalhosa.



Para facilitar a identificação das células adjacentes, lança-se mão da sobreposição de dois MK de 4 variáveis, conforme ilustra a figura.

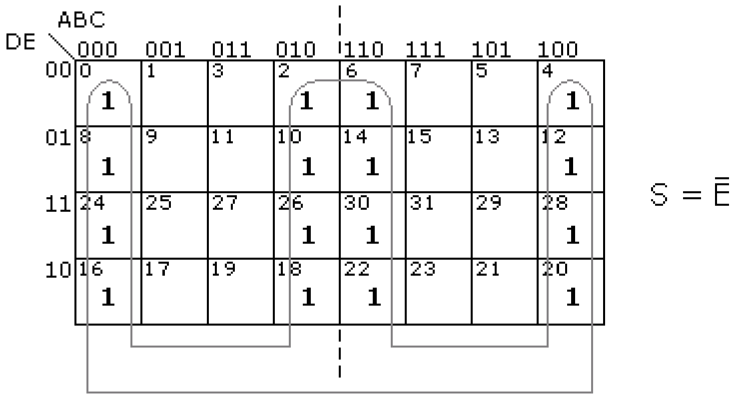


Observa-se que nos mapas, temos BC (omitindo-se A) nas colunas e DE linhas, onde A = 0 no MK superior e A = 1 no MK inferior.

Sobrepondo-se as células, obtemos as adjacências.

Exemplo 1 - Simplificar a expressão lógica:

$$f(\text{ABCDE}) = \Sigma\ m(0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30)$$

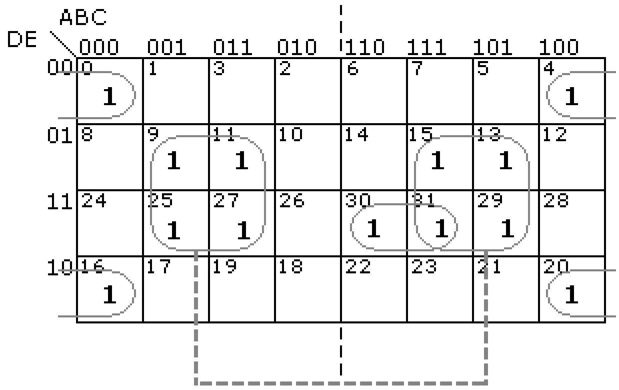


No M.K. temos o agrupamento das células (minitermos):

0,8,24,16,2,10,26,18,6,14,30,22,4,12,28,20

Exemplo 2 – Simplificar a expressão lógica:

$$f(\text{ABCDE}) = \Sigma\ m(0,4,9,11,13,15,16,20,25,27,29,30,31)$$



$S = ABCD + \overline{B}\overline{D}\overline{E} + BE$

Observando o M.K. temos 3 agrupamentos (minitermos):

Agrupamento 1: 0,16,14,20
Agrupamento 2: 9,25,11,27,15,31,13,29
Agrupamento 3: 30,31